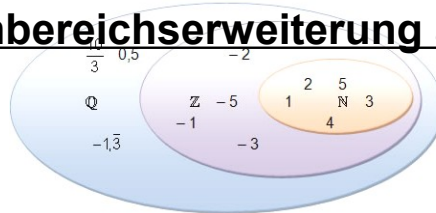
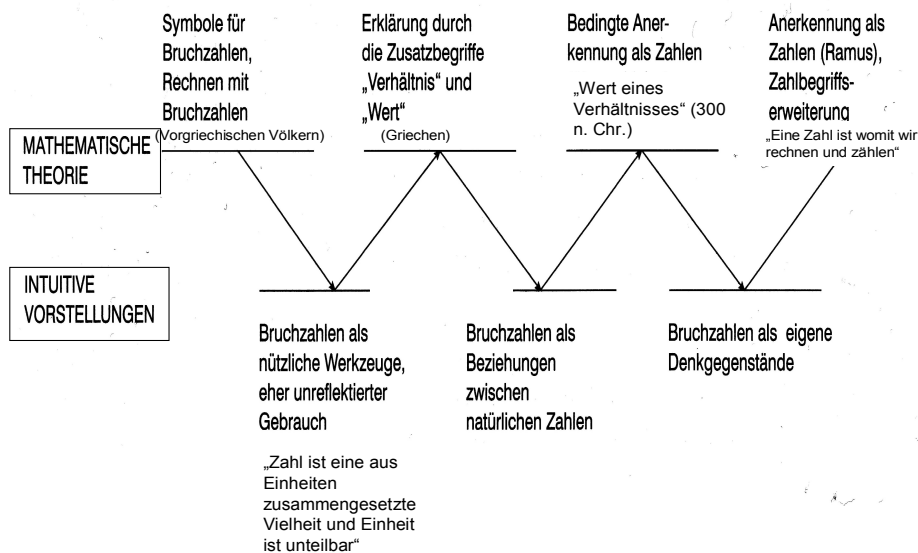


Zahlenbereichserweiterung auf \mathbb{Q}



1. Entstehung der rationalen Zahlen



Entstehung der negativen Zahlen:

Zwischenergebnis bei Gleichungen (16. Jhd)

⇒ Nützliche Werkzeuge

Zusatzbegriff: Vorzeichen + Vorzeichenregeln → Rechnen war möglich

⇒ Negative Zahlen als positive Zahlen mit zusätzlicher Eigenschaft (Schulden statt Guthaben)

Bedingte Anerkennung: Negatives Endergebnis bei Gleichungen möglich, „falsche Zahlen“

⇒ Eigene Denkgegenstände

Anerkennung als Zahlen im 19. Jhd., dadurch dass Zahlen mit Rechengesetzen charakterisiert wurden.

2. Varianten im Unterrichtsvorgang

Traditioneller Lehrgang:

$$\mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{Q}^+ \Rightarrow \mathbb{Q} \text{ also auch } \mathbb{Z}$$

⇒ Auf rechnen wurde viel Wert gelegt

(siehe: <http://www.ls-bw.de/allg/lp/bpg9.pdf>)

Neue Wege:

	Klasse 5	Klasse 6	Klasse 7
Rheinland-Pfalz (RS, GY)	Gewöhnliche Brüche, Dezimalbrüche (+, -)	Weiterführung der Bruchrechnung (+, -, ; :) Ganze Zahlen	Rationale Zahlen
Niedersachsen (GY)	Bruchzahlen (Anteile und Quotienten, Ordnung) Rechnen mit Dezimalbrüchen (+, -, ; :)	Rechnen mit Bruchzahlen (+, -, ; :) Rationale Zahlen (+, -)	Rationale Zahlen
Nordrhein-Westfalen (RS)	intuitiver Umgang mit Brüchen und Anteilen	Bruchzahlen (+, -) Dezimalbrüche (+, -, ; :) intuitiver Umgang mit ganzen Zahlen	Bruchzahlen (+, -, ; :) Rationale Zahlen
Sachsen (Mittelschule)	Brüche und Dezimalbrüche (+, -)	Weiterführung der Bruchrechnung: Multiplikation und Division	Rationale Zahlen
Baden-Württemberg (GY)	Ganze Zahlen	Rechnen mit positiven Bruchzahlen und Dezimalbrüchen	Rationale Zahlen

- ⇒ Mehr Zeit für die Genese des Bruchzahlsbegriffs
- ⇒ Parallele Einführung der Brüche und der Dezimalbrüche
- ⇒ Negative Zahlen vor oder parallel zu Bruchzahlen

$$\mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{Z} \Rightarrow \mathbb{Q}$$

(siehe: <http://www.bildungsserver.de/zeigen.html?seite=400>)

3. Grundvorstellungen ändern sich

	Natürliche Zahlen	Bruchzahlen
Zahlendarstellung	Eindeutig (567)	Unendlich vieldeutig ($1/2=2/4=...$), Dezimaldarstellung meist eindeutig
Vorstellungen zu Zahlen	<ul style="list-style-type: none"> • Anzahl • Rangplatz • Maßzahl ... 	<ul style="list-style-type: none"> • Teil eines Ganzen • Relativer Anteil • Verhältnis ...
Vorstellungen zur Ordnungsrelation	Jede Zahl hat unmittelbaren Nachfolger	Keinen unmittelbaren Nachfolger
Vorstellungen zu + und -	<ul style="list-style-type: none"> • Hinzufügen /Wegnehmen • Weiter-/Zurückzählen 	<ul style="list-style-type: none"> • Hinzufügen/ Zusammenfügen • Weiter-/Zurückzählen nur in BRUCHTEILEN
Vorstellungen zu * und :	<ul style="list-style-type: none"> • Abgekürzte Addition • „von“-Deutung • Streckung • Verteilung • Aufteilung 	<ul style="list-style-type: none"> • „von“-Deutung • Abgekürzte Addition, wenn erster Faktor aus N • Verteilung, wenn Divident aus N • Streckung/Stauchung • Multiplikation vergrößert nicht immer

Erläuterung zu „Vorstellung zu Zahlen“:

Natürliche Zahlen	Bruchzahlen
Maßzahl	Maßzahl
Ergebnis eines Zählvorgangs	Quasikardinalzahl ($1/4, 2/4, \dots$ zählen in den natürlichen Zahlen mit Zähleinheit $\frac{1}{4}$)
Anzahl, Rangplatz	Sinnlos, denn $2/3$. Platz geht NICHT
	Resultat einer Division (Hauptgrund für Zahlenbereichserweiterung)
	Verhältnis, relativer Anteil, Teil eines Ganzen

- ⇒ Natürliche Zahlen betten wir in rationale Zahlen ein (Bsp.: $3/1=3$)
- ⇒ **Grundvorstellungen lassen sich nicht auswendig lernen**
- ⇒ **Grundvorstellungen werden durch aktive und individuelle Auseinandersetzung hervorgerufen**

Hausaufgabe:

Thema: Ein Merksatz bei der Addition rationaler Zahlen

Berechnen Sie schnell im Kopf:

$$(-1071,2) + (-489,56) =$$

$$(-43/5) + (+25/3) =$$

Aufgabe:

- 1.) Machen Sie sich nun möglichst genau klar, wie Sie gerechnet haben.
- 2.) Überlegen Sie sich einen Merksatz („Kasten“) zum Thema Addition rationaler Zahlen.

Quellen:

<http://www.bildungsserver.de/zeigen.html?seite=400>

<http://www.ls-bw.de/allg/lp/bpg9.pdf>

(beide Internetseiten wurden in der 16 und 17 Kalenderwoche 2010 aufgerufen)

„*Mathematik lehren*“ Friedrich Verlag in Zusammenarbeit mit Klett Heft 142 (Juli 2007)