



Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
Dipl.-Phys. M. Rheinländer

18. Okt., WS 06/07

Proseminar $47^{\circ} 41,1 \text{ N } 9^{\circ} 11,5 \text{ O}$ Thematische Einteilung der Vorträge

Die Erde als Kugel und ihre Bewegungen

0. Vortrag: Die Fahrt des Helios oder der Lauf der Sonne

Kalender. Bewegungen der Erde (Rotationen, Bewegung auf ellipt. Umlaufbahn). Herleitung einer Faustformel für die Tageslänge, Berechnung von Sonnenaufgang und Sonnenuntergang. Zeitgleichung.

1. Vortrag: Kursbestimmung und Entfernungsberechnung

Problemstellung. Werkzeug sphärische Trigonometrie (Teil I): Kugeldreiecke insbesondere Sinussatz, Neper'sche Regeln. Grundaufgaben. Anwendung. Loxodrome. Orthodrome.

2. Vortrag: Orientierung auf See, Positionsbestimmung

Problemstellung. Sphärische Trigonometrie (Teil II): insbesondere (Seiten-, Winkel-)Kosinussätze, Halbwinkelformeln. Nautisches Dreieck. Geographische Längen- und Breitenbestimmung.

Azimutale Entwürfe

3. Vortrag: Orthographische Projektion

Zeichnerische Darstellung räumlicher Objekte. Perspektivische Abbildungen: Schräge Parallelprojektion. Dreitafelverfahren (Grundriß, Aufriß, Seitenriß). Zentralprojektion. Insbesondere zeichnerische Konstruktion des Gradnetzes einer Kugel. Polständige, äquatorständige, zwischenständige Bildwürfe.

4. Vortrag: Stereographische Projektion, Teil 1

Flächen, Mannigfaltigkeiten (Überdeckung durch Karten), Kartenwechsel, gebrochen-rationale Parametrisierung der Kugel (ohne Winkelfunktionen) Bedeutung für die komplexe Zahlenebene, kompakter Abschluß von \mathbb{C} . Nachweis der Kreistreue (insbesondere werden Großkreise auf Kreise abgebildet).

5. Vortrag: Stereographische Projektion, Teil 2

Bilinearformen, Skalarprodukt, Metrik, erste Fundamentalform, Längen- und Winkelmessung, Konformität (Längentreue im Kleinen). Nachweis der Winkeltreue.

6. Vortrag: Zentralprojektion bzw. gnomonische Projektion

kurze Wiederholung: Krümmung von Raumkurven. Normalkrümmung, geodätische Krümmung, Geodätische, geodätische Abbildungen. Nachweis, daß Großkreisabschnitte auf Strecken abgebildet werden.

7. Vortrag: Flächentreuer Entwurf nach Lambert

Äußeres Produkt von Linearformen, Vektorprodukt, Flächenmessung und Metrik (erste Fundamentalform), Nachweis der Flächentreue

8. Vortrag: Mittelpunkts-abstandstreuer Entwurf

Rückblick, Zusammenfassung, Historisches: Insbesondere soll gezeigt werden, daß die orthographische zwar eine perspektivisches Bild der Erde darstellt aber keine Erhaltungseigenschaften besitzt.

Zylindrische Entwürfe

9. Vortrag: Mittelabstandstreuer Entwurf

Vergleich Azimutal- Zylinderprojektionen. Normalkrümmung, zweite Fundamentalform, Weingarten--

Abbildung, Hauptkrümmungen, mittlere und Gaußsche Krümmung, Dupinsche Indikatrix (andere Beispiele), asymptotische und geodätische Kurven Verzerrungsindikatrix von Tissot.

10. Vortrag: Lambertscher flächentreuer Entwurf

Nachweis der Flächentreue. Paralleltransport, kovariante Ableitung, Krümmungstensor.

11. Vortrag: Mercator-Karte

Nachweis der Winkeltreue. Loxodrome und Orthodrome. Historisches und Bedeutung für die Seefahrt. Verzerrungsindikatrix von Tissot für konforme und nicht-konforme Abbildungen (isotrop/anisotrop).

Konische Entwürfe

12. Vortrag: Abstandstreuer Kegelentwurf

Verfahren 1: Pol auf Spitze. Verfahren 2: Pol auf Kreisbogen eines Tangentialkegels. Vergleich von Kugel- und Kegel-Metrik. Intrinsische Flächengrößen. Theorema Egregium. Diskussion der Frage: Warum gibt es keine perfekten Karten?

13. Vortrag: Flächentreuer Entwurf

Invarianz des Flächeninhalts unter Umparametrisierungen

14. Vortrag: Winkeltreuer Entwurf

Wie kann man durch (Längen-)Messungen die intrinsische Krümmung eines Raumes feststellen.

15. Vortrag: Albers flächentreue Entwurf (2 längentreue Breitenkreise)

Vergleich, Rückblick.

Unechte und vermittelnde Entwürfe

16. Vortrag: Stab-Werner Entwurf & Bonnscher Entwurf

Die Erde in Form eines Herzens

17. Vortrag: Globularprojektion

Unechter Azimutalentwurf. Gradnetz mit Zirkel und Lineal konstruierbar. Historisch interessant.

18. Vortrag: Mercator-Sanson Entwurf

Umbeziffern, Entwicklung neuer Karten.

19. Vortrag: Planissphären nach Mollweide, Hammer, Eckert und Winkel

20. Vortrag: Die Erde auf Polyedernetzen (Basteln einer würfelförmigen Erde)

Weitere Themen sind denkbar. Aus der Differentialgeometrie: Flächen konstanter Krümmung, Theorema Elegantissimum, Satz von Gauß-Bonnet, Lorentz-Metrik etc. Aus den Anwendungen: Abplattung der Erde und Ellipsoidgestalt, Vermessung etc.

Für den Erfolg des Seminars ist es entscheidend, daß die verschiedenen Kartenentwürfe nicht "abgeklappert" werden, sondern daß grundlegende Sachverhalte aus der Differentialgeometrie aufgegriffen und anhand der verschiedenen Entwürfe diskutiert und erläutert werden. Durch diese Vernetzung kann sich ein doppelter Lerngewinn ergeben (grundlegend, theoretisch \leftrightarrow anwendungsorientiert, beispielhaft). Unvernetztes Faktenwissen wirkt dagegen in der Präsentation schnell langweilig (da zusammenhangslos und somit meist überfordernd) und fällt in der Regel ebenso schnell dem Vergessen anheim. Es ist daher ausdrücklich erwünscht, daß sich die Vorträge überlappen bzw. stetig aneinander anknüpfen, um Wesentliches zu wiederholen und zu vertiefen. Dieser Einschleifungsprozeß kann bei allen Seminarteilnehmern einen dauerhaften Lerngewinn auf der gesamten Themenbreite zeitigen.