Beweisbaustelle

Konvergente Folgen sind beschränkt

differenzierbare Funktionen sind stetig

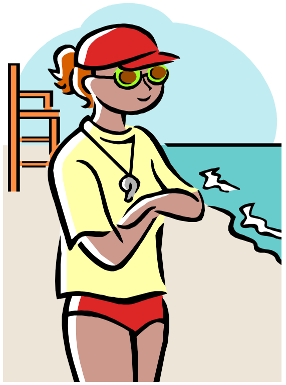
$\sqrt{2}$ ist irrational

symmetrische Matrizen haben reelle Eigenwerte

Ziel: Zusammenhänge zwischen mathematischen Strukturen verstehen

Ich *verstehe*, warum differenzierbare Funktionen stetig sind.

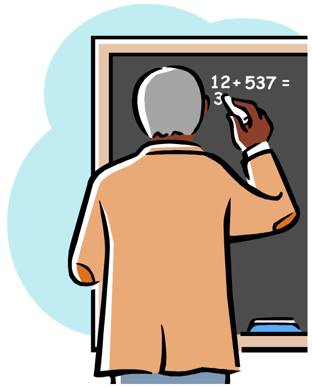
√



Normalbürger

erfassen/spüren/ahnen den Grund

+



?

Formalbürger

begründen in der Beweissprache

Die Beweissprache

- hat sehr wenige Vokabeln
- hat sehr präzise Regeln
- verlangt kein Weltwissen

ist von Maschinen verstehbar !

Die Beweissprache regelt den Umgang mit mathematischen Objekten:

Menge

Eigenschaft

Element

Funktion

natürliche Zahl

Körper

Vektorraum

Gruppe

Matrix

Tupel

Mathematische Objekte können

- einen Namen tragen
- zu anderen Objekten verknüpft werden

```
>> Beispiel . . .
```

$$\boxed{A \cap B}$$

Menge

Menge

Menge

„geschnitten mit“

$$\boxed{A \cup B}$$

Menge

Menge

Menge

„vereinigt mit“

$$\boxed{x \in A}$$

Eigenschaft

Element

Menge

„ist Element von“

$$\boxed{A \subset B}$$

Eigenschaft

Menge

Menge

„ist Teilmenge von“

Mathematische Eigenschaften

- sind spezielle Objekte
- können Eigenschaften anderer Objekte beschreiben
- erzeugen durch logische Verknüpfungen neue Eigenschaften

```
>> Beispiel . . .
```

$$\boxed{E \wedge F}$$

Eigenschaft

Eigenschaft

Eigenschaft

„und“

$E \wedge F$	$E \vee F$	$\neg E$
„und“	„oder“	„Gegenteil von“

Beispiel für einen **mathematischen Satz**

Seien A, B, C Mengen mit $A \subset B$ und $B \subset C$.

Dann gilt $A \subset C$.

Ein Satz handelt von Objekten

Beispiel für einen **mathematischen Satz**

Seien A, B, C Mengen mit $A \subset B$ und $B \subset C$.

Dann gilt $A \subset C$.

mit bestimmten Eigenschaften

Beispiel für einen **mathematischen Satz**

Seien A, B, C Mengen mit $A \subset B$ und $B \subset C$.

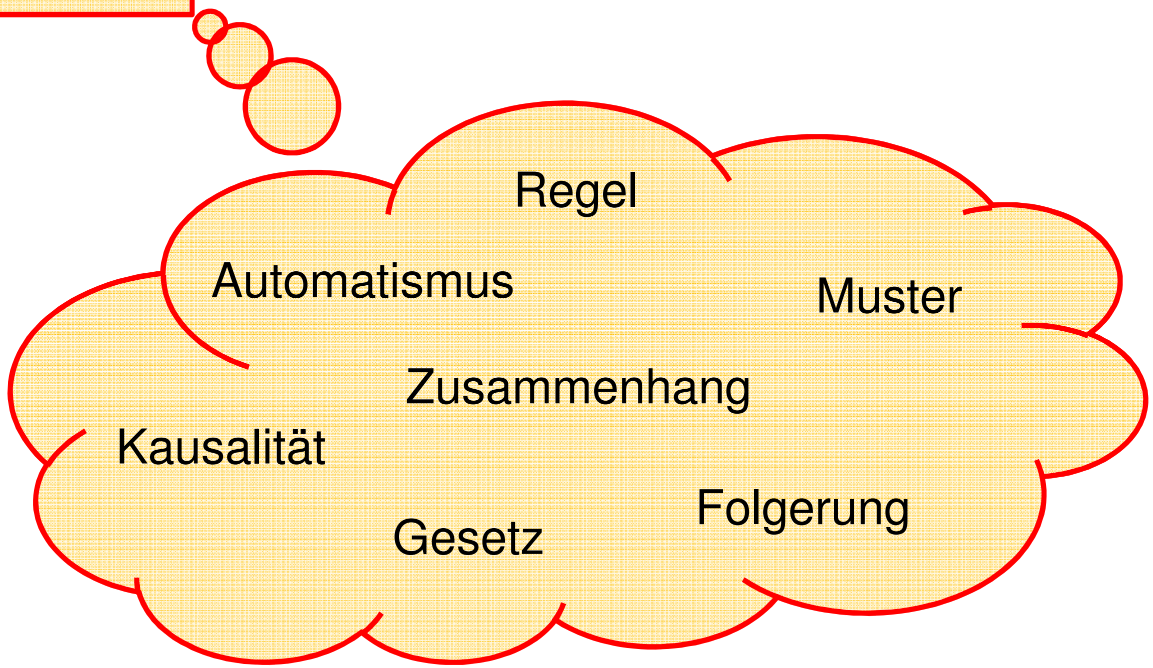
Dann gilt $A \subset C$.

Objekte mit Eigenschaften nennen wir eine Struktur

Beispiel für einen **mathematischen Satz**

Seien A, B, C Mengen mit $A \subset B$ und $B \subset C$.

Dann gilt $A \subset C$.



Beispiel für einen **mathematischen Satz**

Seien A, B, C Mengen mit $A \subset B$ und $B \subset C$.

Dann gilt $A \subset C$.

Ein mathematischer Satz beschreibt eine

Regel in einer **mathematischen Struktur**.

```
>> Beispiel . . .
```

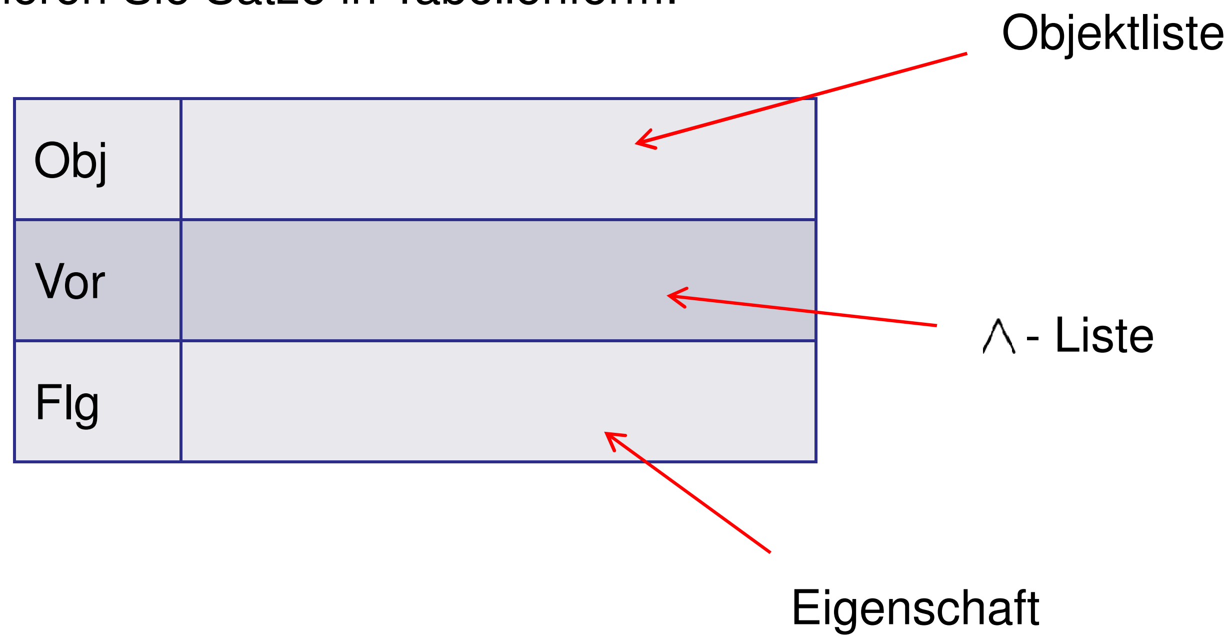
Alternative Notation für einen **mathematischen Satz**

Obj	A, B, C: Menge
Vor	$A \subset B \wedge B \subset C$
Flg	$A \subset C$

Weitere Notation

A, B, C: Menge mit $A \subset B \wedge B \subset C \Rightarrow A \subset C$

Formulieren Sie Sätze in Tabellenform:



Formulieren Sie Sätze in Tabellenform:

Objektliste

Obj	
Vor	
Flg	

$\wedge$- Liste

Eigenschaft

Satz1: Jede Menge ist Teilmenge von sich selbst.

Satz2: Die leere Menge ist Teilmenge jeder Menge.

Satz1: Jede Menge ist Teilmenge von sich selbst.

Obj	$A:$ Menge
Vor	
Flg	$A \subset A$

A: Menge $\Rightarrow A \subset A$

Satz2: Die leere Menge ist Teilmenge jeder Menge.

Obj	A : Menge
Vor	
Flg	$\emptyset \subset A$

Der Satz bezieht sich auf das externe Mengenobjekt $\emptyset$.

Er macht also nur in einem Kontext Sinn, in dem $\emptyset$ vorliegt.

Dort beschreibt er eine Eigenschaft von $\emptyset$.

Satz2: Die leere Menge ist Teilmenge jeder Menge.

Obj	A : Menge
Vor	
Flg	$\emptyset \subset A$

$$A: \text{ Menge } \Rightarrow \emptyset \subset A$$

Allgemein gilt: Sätze sind Eigenschaften ihrer Bezugsobjekte.

Formulieren Sie Sätze in Tabellenform:

Objektliste

Obj	
Vor	
Flg	

$\wedge$- Liste

Eigenschaft

Satz3: $\sqrt{2}$ ist irrational.

Satz4: (im Kontext, wo A, B Mengen sind)

Jedes Element aus A ist in B .

Satz3: $\sqrt{2}$ ist irrational.

Obj	
Vor	
Flg	$\neg(\sqrt{2} \in \mathbb{Q})$

Es gilt: $\neg(\sqrt{2} \in \mathbb{Q})$

Satz4: (im Kontext wo A, B Mengen sind)

Jedes Element aus A ist in B .

Obj	x : Element
Vor	$x \in A$
Flg	$x \in B$

Die Eigenschaft beschreibt die Teilmengenbeziehung.