



## Strömungssimulation mit LBM

Blatt 03

### Aufgabe 4: (Fortsetzung von Aufgabe 1 auf Blatt01)

Nehmen Sie  $a = 0$  für die folgenden Fälle.

d) Programmieren Sie den Algorithmus im Gebiet  $x \in [0, 1]$  mit Anfangswert  $\bar{u}(x) = \sin(2\pi x)$  und Dirichlet-Randbedingung  $u(t, 0) = u(t, 1) = 0$ .

e) Programmieren Sie den Algorithmus im Gebiet  $x \in [0, 1]$  mit Anfangswert  $\bar{u}(x) = \cos(2\pi x)$  und Neumann-Randbedingung  $\frac{\partial u}{\partial x}(t, 0) = \frac{\partial u}{\partial x}(t, 1) = 0$ .

f) Für d) und e) vergleichen Sie den Fehler auf den Gitter mit  $q = 0$  und  $q = \frac{1}{2}$ , wobei der erste Gitterpunkt  $q\Delta x$  und der letzte Gitterpunkt  $1 - q\Delta x$  ist.

### Aufgabe 5:

Berechnen Sie die numerische Lösung zur speziellen Navier-Stokes Lösung (Taylor vortex flow) mit Geschwindigkeit und Druck

$$U(t, x, y) = -\frac{1}{a} \cos(ax) \sin(by) \exp(-2\alpha\nu t), \quad (1)$$

$$V(t, x, y) = \frac{1}{b} \sin(ax) \cos(by) \exp(-2\alpha\nu t), \quad (2)$$

$$p(t, x, y) = -\frac{1}{4} \left( \frac{\cos(2ax)}{a^2} + \frac{\cos(2by)}{b^2} \right) \exp(-4\alpha\nu t), \quad (3)$$

wobei  $a$ ,  $b$  und  $\alpha = (a^2 + b^2)/2$  konstant sind. Die kinematische Viskosität  $\nu$  steht mit der Relaxationsparameter  $\omega$  im Zusammenhang  $\nu = \frac{1}{3}(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{2})$ .

Implementieren Sie den LB Algorithmus mit periodischer Randbedingung zum D2Q9 Modell mit dem BGK Kollisionsoperator (Relaxationsparameter  $\omega$ ) und

$$f_i^{eq}(\rho, \mathbf{u}) = w_i(\rho + 3\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}_i + \frac{9}{2}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{c}_i)^2 - \frac{3}{2}\|\mathbf{u}\|^2), \quad (4)$$

$$\rho = \sum_{i=1}^9 f_i, \quad \mathbf{u} = \sum_{i=1}^9 f_i \mathbf{c}_i. \quad (5)$$

Als Anfangswerte der LB Variablen nehmen Sie die Gleichgewichtverteilung mit den exakten Werten von  $U$ ,  $V$  und  $p$  in  $f_i^{eq}(1 + h^2 p, h\mathbf{w})$  mit  $\mathbf{w} = [U, V]^T$ .

Zeichnen Sie die numerische Lösung und untersuchen die numerische Konvergenzrate.