

Strömungssimulation mit LBM

Blatt 04

(Fortsetzung von Aufgabe 5 auf Blatt03)

Aufgabe 6: Berechnen Sie die numerische Lösung zur Navier-Stokes Lösung (Linear flow) mit Geschwindigkeit und Druck

$$\begin{pmatrix} U \\ V \end{pmatrix}(t, x, y) = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$p(t, x, y) = -\frac{17}{2}(x^2 + y^2) \quad (2)$$

im Gebiet $[0, 1] \times [0, 1]$ mit Bounce-Back Randbedingung.

Sei \mathbf{c}_i eine Richtung am Randpunkt (\hat{x}, \hat{y}) , die ins Gebiet zeigt. Die Bounce-Back Randbedingung ist für $f_i(t + \Delta, \hat{x}, \hat{y})$ gegeben durch

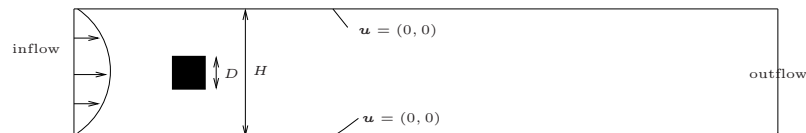
$$f_i(t + \Delta, \hat{x}, \hat{y}) = f_i(t, \hat{x}, \hat{y}) + \omega(f_i^{eq} - f_i)(t, \hat{x}, \hat{y}) + h6w_i(\mathbf{w}(t, \hat{x}, \hat{y}) \cdot \mathbf{c}_i), \quad \mathbf{w} = [U, V]^T. \quad (3)$$

Für die Anfangswerte der LB Variablen, nehmen Sie

- i) $f_i(0, x, y) = 0$,
- ii) $f_i(0, x, y) = f_i^{eq}(1 + 3h^2p, h\mathbf{w})$.

Zeichnen Sie den numerischen Fehler für verschiedene Viskositäten und verschiedene Gitterweiten im Gebiet.

Aufgabe 7: Simulieren Sie die Benchmark-Strömungen, wobei das Gebiet und die Randbedingungen folgendermaßen skizziert werden



Es gibt ein rechteckiges Hindernis mit der Seitenlänge D im zweidimensionalen Kanal mit der Breite H und Länge L . Nehmen Sie $\frac{H}{D} = 4$.

Die Kanalränder und das Hindernis sind fest ohne Durchfluss. Die Geschwindigkeit des Einstömens ist gegeben durch

$$U(t, 0, y) = \frac{4}{H^2}y(H - y), \quad V(t, 0, y) = 0, \quad \forall t > 0, \quad y \in [0, H]. \quad (4)$$

Für diese Dirichlet-Randbedingungen implementieren Sie Bounce Back (3).

Am Ausströmrand nehmen Sie Neumann-Randbedingung

$$f_i(t, L, y) = f_i(t, L - \Delta x, y), \quad (5)$$

wobei i ist der Index der Richtung, die ins Gebiet zeigt.

Die Viskosität ist durch $\nu = \frac{D}{\text{Re}}$ von der sogenannten Reynoldszahl Re abhängig. Nehmen Sie $\text{Re} = 50$ und $\text{Re} = 150$, zeichnen Sie die numerischen Lösungen.