Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
Dr. Vita Rutka

Ausgabe: 25.04.2007
Abgabe: 30.04.2007
(F 408)

Modellierung

http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/Lehrveranstaltungen/Modellierung.html

Aufgabenblatt 1

Aufgabe 1 Beobachtungen zeigen, dass relativ viele Einwohner von Konstanz und Umgebung die Preisvorteile Schweizer Tankstellen nutzen. Die Frage lautet:

"Lohnt es sich, in die Schweiz tanken zu fahren?"

1. Stellen Sie diese Frage an einen (oder besser mehrere) "Nichtmathematiker" (Freunde, Familie) und notieren Sie die Antworten. Achten Sie dabei auf die Art der Argumentation – *warum/in welchen Fällen/für wen 'ja' oder 'nein'?*

2. Versuchen Sie diese Frage als mathematische Aufgabe (ein *Modell*) zu formulieren, wo anhand bestimmter *Problemdaten* mit Hilfe eines *Algorithmus* eine *Antwort* gegeben werden kann.

   Beispiel. Um eine Entscheidung zu treffen, vergleichen wir die Benzinpreise in der (zu dem Wohnort) nächsten Tankstelle mit dem Preis in der nächsten Kreuzlinger Tankstelle. Falls der Preis in Kreuzlinger niedriger ist, wird in der Schweiz getankt.

   Mathematisch würde diese Vorgehensweise folgendermaßen aussehen:

Problemdaten	Algorithmus	Antwort
P_1: Preis in der zu dem Wohnort nächsten Tankstelle, P_2: Preis in der nächsten Kreuzlinger Tankstelle	Berechne Boolean $b = (P_1 > P_2)$	Falls $b = 1$, ist die Antwort positiv (tanke in die Schweiz), falls $b = 0$, ist die Antwort negativ.

   Jetzt überprüfen wir anhand einiger Beispiele, ob das Modell realistisch ist. Getankt wird Super Benzin, mit $P_1 = 138,9$Ct/L (Aral in Konstanz, Stand 10.04.2007) und $P_2 = 102,4$ Ct/L (Esso in Kreuzlingen). Also,

Problemdaten	Algorithmus	Antwort
$P_1 = 138,9$ $P_2 = 102,4$	$b = (P_1 > P_2) = (138,9 > 102,4) = 1$	**Ja**

   Diese Antwort entspricht auch der Tatsache, dass in der Kreuzlinger Esso Tankstelle viele KN-Nummernschilder zu sehen sind. Jetzt betrachten wir aber eine Aral Tankstelle in Düsseldorf, wo ein Liter Super 131,9Ct/L kostet. Für diesen Fall erhalten wir

Problemdaten	Algorithmus	Antwort
$P_1 = 131,9$ $P_2 = 102,4$	$b = (P_1 > P_2) = (138,9 > 102,4) = 1$	**Ja**

Somit würde es sich *laut unseres Modells* lohnen, von Düsseldorf nach Kreuzlingen tanken zu fahren, was offensichtlich nicht besonderes realistisch ist!

Das Beispiel zeigt, dass dieses Modell noch "Lücken" aufweißt. Konstruieren Sie was Besseres! Notieren Sie alle Annahmen und Vereinfachungen!

3. Vergleichen Sie Ihr mathematisches Modell mit den Überlegungen von "Nichtmathematikern". Wo sind die Unterschiede, und was ist gemeinsam?

Aufgabe 2 Ähnlich zu den "Schokoladenbeispiel" aus der Vorlesung, beschreiben Sie mathematisch (1) eine Jeans-Hose und (2) einen Garten.

Aufgabe 3 Sei X: die Menge aller Menschen mit Elementen x_1, x_2, ... Wir betrachten die folgende Untermengen von $X \times X$:

1. (x_1 kennt x_2) $\Rightarrow (x_1, x_2) \in R_1$
2. (x_1 ist befreundet mit x_2) $\Rightarrow (x_1, x_2) \in R_2$
3. (x_1 ist älter als x_2) $\Rightarrow (x_1, x_2) \in R_3$
4. (x_1 ist gleich alt oder älter als x_2) $\Rightarrow (x_1, x_2) \in R_4$
5. (x_1 ist mit x_2 verwandt) $\Rightarrow (x_1, x_2) \in R_5$
6. *Ihr Beispiel* $\Rightarrow (x_1, x_2) \in R_6$

1. Zeigen Sie, dass R_1, R_2, ..., R_6 Relationen sind. (Hinweis: schauen Sie die Definition aus der Analysis I Vorlesung nach!)
2. Welche der Relationen R_1, R_2, ..., R_6 sind
   - reflexiv?
   - transitiv?
   - symmetrisch?
   - antisymmetrisch?

   Begründen Sie Ihre Antworten!
3. Sei Y Menge aller Waren in Lager eines Möbelgeschäfts. Geben Sie 6 Beispiele verschiedener Relationen Q_1, Q_2, $\ldots Q_6$ an, die gleiche Eigenschaften wie R_1, R_2, $\ldots R_6$ haben! (Das heisst, falls R_4, zum Beispiel, reflexiv, nicht transitiv, symmetrisch und nicht antisymmetrisch ist, dann sollte auch Q_4 reflexiv, nicht transitiv, symmetrisch und nicht antisymmetrisch sein. Wir beschränken uns nur auf die oben gelisteten Eigenschaften.)

In Zukunft werden die neuen Übungsblätter jeweils **montags** unter

`http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/Lehrveranstaltungen/Modellierung.html`

bereitgestellt