

Universität Konstanz  
FB Mathematik & Statistik  
Prof. Dr. M. Junk  
Dr. Vita Rutka

Ausgabe: 30.04.2007  
Abgabe: 07.05.2007  
(F 408)

## Modellierung

<http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/Lehrveranstaltungen/Modellierung.html>

### Aufgabenblatt 2

**Aufgabe 1** Ab Mai will Herr Mayer sich gesünder ernähren. Die Tabelle rechts enthält die empfohlene Tagesdosis dreier Vitamine:

Vitamin C	150 mg
Vitamin E	24 mg
Folsäure	250 $\mu\text{g}$

Da Herr Mayer ungern kocht und auch mit Salat & Co nicht besonderes befreundet ist, hat er sich dazu entschlossen, die Lücken mit Vitaminbonbons abzudecken. Er hat im Laden zwei Sorten entdeckt: “*Superbons*” und “*Vitalbärchen*”. Die Information auf der Packungsrückseite zeigt die Inhaltsstoffe pro 100g:

	Superbons	Vitalbärchen
Vitamin C	18mg	9mg
Vitamin E	10,3mg	2mg
Folsäure	200 $\mu\text{g}$	250 $\mu\text{g}$
Energiewert	323KCal	220KCal

Der Plan von Herrn Mayer ist nun mit Vitaminbonbons  $\frac{1}{3}$  des Tagesbedarfs an Vitamin C zu decken, da er ab und zu auch eine Scheibe Zitrone zum Schnitzel isst. Vitamin E und Folsäure sollten komplett mit Bonbons aufgenommen werden. Beim Vitamin E ist jedoch wegen der Überdosierung Vorsicht geboten, deshalb sollte die Menge von 26 mg am Tag nicht überschritten werden. Herr Mayer muss auch auf sein Gewicht achten, deshalb sollte die gesamte Kalorienzahl bei der ganzen Aktion möglichst niedrig bleiben.

Beschreiben Sie die obengenannte Situation mit Hilfe einer *Optimierungsaufgabe*. Definieren Sie die *Zielfunktion*, visualisieren Sie den *zulässigen Bereich* und die Niveaulinien der Zielfunktion. Berechnen und markieren Sie die optimale Lösung!

Wieviel von welchen Bonbons muss Herr Mayer täglich verzehren, um die drei notwendigen Vitamine ausreichend aufzunehmen? Wieviel Kalorien werden es sein?

**Bemerkung:** Ähnliche Probleme, nur mit viel mehr Produkten und Inhaltsstoffen haben die Diätberater zu lösen.

**Aufgabe 2** Viele Naturprozesse (z.B., Radioaktiver Zerfall, Verbreitung von Infektionen, Therapieeffekte usw.) können durch exponentielle Funktionen der Form

$$M(t) = M(0) \exp(-\lambda t)$$

mit  $\lambda > 0$  ausreichend gut approximiert werden.

$M(t)$  ist die Menge der Substanz zu dem Zeitpunkt  $t$ , der Parameter  $\lambda$  sollte experimentell bestimmt werden. Um eine bessere Genauigkeit zu erreichen, werden mehrere Experimente durchgeführt (zum Bestimmen des gleichen  $\lambda$ ).

Die Tabelle unten enthält die Ergebnisse einer solcher Untersuchung. Zur besseren Vorstellung sind die Messungen auch in Abbildung A dargestellt. Definieren Sie eine *Optimierungsaufgabe* um dem Parameter  $\lambda$  zu bestimmen.

Nr.	$M(0)$	$M(0.5)$	$M(0.7)$	$M(0.9)$	$M(1.0)$	$M(1.2)$	$M(1.4)$	$M(1.5)$	$M(1.7)$	$M(1.8)$	$M(2.0)$	$M(2.5)$
1.	0.2	0.0882	0.0609	0.0339	0.0406	0.0295	0.0070	0.0024	0.0008	0	0	0.0037
2.	0.7	0.2559	0.1883	0.1054	0.0995	0.0718	0.0538	0.0175	0.0246	0.0210	0	0
3.	0.9	0.3839	0.2432	0.1800	0.1437	0.0819	0.0535	0.0672	0.0150	0.0517	0.0365	0

Jetzt nehmen wir an, dass die Messtabelle wie folgt aussieht (entspricht der Abbildung B):

Nr.	$M(0)$	$M(0.5)$	$M(0.7)$	$M(0.9)$	$M(1.0)$	$M(1.2)$	$M(1.4)$	$M(1.5)$	$M(1.7)$	$M(1.8)$	$M(2.0)$	$M(2.5)$
1.	0.2	0.0882	0.0609	0.0339	0.0406	0.0295	0.0070	0.0024	0.0008	0	0	0.2750
2.	0.7	0.2559	0.1883	0.1054	0.3670	0.0718	0.0538	0.0175	0.0246	0.0210	0	0
3.	0.9	0.3839	0.2432	0.1800	0.1437	0.0819	0.0535	0.0672	0.0150	0.2000	0.0365	0

Welche mathematischen Möglichkeiten können Sie anbieten, um den Einfluss der eventuell falsch gemessenen Werte zu vermindern?

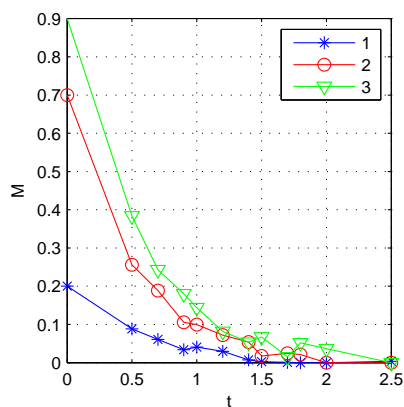


Abbildung A

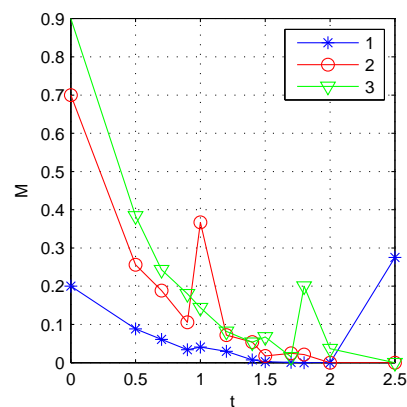


Abbildung B