



## Mathematische Modellierung

### 1. Übungsblatt

#### **Aufgabe 1.1: Einfaches Modell für Digitalbilder**

Beschreiben Sie in einer mathematisch präzisen Sprache, wie man sich ein Digitalphoto vorstellen kann, d.h. entwerfen Sie ein mögliches mathematisches Modell für die elektronische Speicherung von Bildern.

#### **Aufgabe 1.2: Aus dem Alltag: Vom Fahrradfahren**

Fährt man mit dem Fahrrad durch eine Pfütze (auf einem ansonsten trockenen Asphaltbelag), so ist einige Meter hinter der Pfütze die Spur der Räder gut erkennbar. Insbesondere beobachtet man, daß das Hinterrad nicht genau der Spur des Vorderrades folgt, sondern – je nach Haltung des Lenkers – eine eigene, leicht versetzte Spur erzeugt.

Das Ziel der folgenden Aufgabe besteht darin, die Bewegung des Fahrrades besser zu verstehen; dabei soll es nur um die (idealisierte) geometrisch mögliche Bewegung (Kinematik) gehen nicht aber um die Bewegung als Resultat einwirkender Kräfte (Dynamik).

- Abstrahieren Sie zunächst das Fahrrad auf ein für die Problemstellung angepaßtes mathematisches Modell.
- Welcher quantitative (d.h. formelmäßige) Zusammenhang besteht zwischem dem Einschlagwinkel des Lenkers und dem Radius des resultierenden Wendekreises?
- Für Fahrradfahrer soll ein Positionierungsgerät entwickelt werden, welches die aktuelle Position relativ zu einem Referenzpunkt (z.B. Ausgangspunkt der Tour) ermittelt. Beschreiben Sie die prinzipielle Funktionsweise eines solchen Geräts, wenn dieses keine Satellitennavigation nutzen sondern schlicht die Bewegung des Fahrrads integrieren soll.
- (Zum Weiterdenken) Wie gut läßt sich eine vorgegebene Kurve mit einem Fahrrad abfahren. Wie ist der Lenker zu führen, wenn die Spur des Vorder- und/oder Hinterrades möglichst gut mit der Kurve übereinstimmen soll?

#### **Aufgabe 1.3: Aus dem Alltag: Modellierung einer Prüfungsvorbereitung**

Ein Student der Biologie möchte sich auf eine Prüfung in den Fächern Zoologie und Botanik vorbereiten. Dazu muß er ein 80-seitiges Lehrbuch voller lateinischer Tier- und Pflanzennamen auswendig lernen. Bei einem durchschnittlichen täglichen Lernpensum von fünf Stunden, kann er den Inhalt von sechs Seiten pro Tag aufnehmen. Allerdings glaubt er festgestellt zu haben, daß er jeden Tag ca. zehn Prozent seines Wissens wieder vergißt. Da der Student ehrgeizig ist, möchte er einerseits mit einer möglichst guten Note abschneiden, andererseits nicht zu viele Tage mit der Prüfungsvorbereitung verbringen. Um einen vorteilhaften Prüfungstermin zu finden, bittet er seine Freundin, eine Mathematikstudentin, um Rat.

- Wieviel Tage sollte der Student für die Prüfungsvorbereitung maximal einplanen und mit welcher Bestnote kann er dann bei einer linearen Bewertungsskala von 0 bis 15 Punkten und einem fairen Prüfungsverlauf rechnen?
- Bekanntlich definiert man die Leistung als Quotienten aus der verrichteten Arbeit dividiert durch die dazu benötigte Zeit. Im hiesigen Kontext entspricht die Leistung dem Verhältnis des erworbenen Wissens zu der dafür aufgewendeten Lernzeit. Wieviel Tage sollte der Student für das Lernen ansetzen, wenn er weniger seine Note als seine Leistung maximieren will.

- c) Bei der Vergeßlichkeitsrate von 10 Prozent handelt es sich um eine grobe Schätzung. Da man den Wert nicht genau kennt, ist es wichtig mit einem Toleranzbereich zu rechnen, um zu schauen, wie die empfohlene Vorbereitungszeit von der Vergeßlichkeitsrate abhängt.

Schlüpfen Sie nun in die Rolle der Freundin und führen Sie alle erforderlichen Rechnungen sowohl diskret wie kontinuierlich durch. *Welchen Rat haben Sie parat?*