Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
Dr. J. Budday

Modulklausur zur Modellierung

22. 09. 2014

Name: ....

Matr.-Nr.: ....

Studienfach (Abschluss): ....

Aufgabe	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
maximale Punktzahl	3	2	6	3	3
erreichte Punktzahl					

Summe: /17

Bitte beachten Sie folgendes:

- Schreiben Sie Ihren Namen / Matrikelnummer auf dieses Blatt.
- Schreiben Sie Ihren Namen / Matrikelnummer auch auf **jedes** der folgenden Blätter.
- Lesen Sie die Aufgaben in Ruhe durch, ehe Sie anfangen sie zu lösen.
- Schreiben Sie Ihre Lösung auf dasselbe Blatt, auf dem die Aufgabe steht. Falls das Papier nicht ausreichen sollte, verlangen Sie zusätzliche Blätter, die Sie dann wieder mit Ihrem Namen / Matrikelnummer und auch der Aufgabennummer versehen.
- Einzige erlaubte Hilfsmittel sind Stifte.
- Ihre Lösungen müssen lesbar und nachvollziehbar sein.
- Die Bearbeitungszeit für die Klausur beträgt **120 Minuten**.

Viel Erfolg !

Aufgabe 1 (3 Punkte, (a) 1 Punkt, (b) 1 Punkt, (c) 1 Punkt):

Formulieren Sie (jeweils in Modellschreibweise) die folgenden Eigenschaften reellwertiger Funktionen auf ganz $\mathbb{R}$.

(a) Eine Funktion ist **achsensymmetrisch**.

(b) Eine Funktion ist **periodischMitPeriode(**p**)**.

(c) Eine Funktion ist **maximierbar**, d.h. sie hat eine globale Maximalstelle.

Aufgabe 2 (2 Punkte, (a) 1 Punkt, (b) 1 Punkt):

Wir befinden uns in einem Kontext, wo ein reeller Vektorraum mit Grundmenge V sowie Vektoraddition und Multiplikation mit Skalaren aus $\mathbb{R}$ zur Verfügung stehen (mit den üblichen Symbolen $+$ und $\cdot$). Desweiteren sei der Begriff der Norm eingeführt durch:

$$\begin{aligned} N : \text{Norm} \quad :\Longleftrightarrow \quad & N \in \mathcal{F}(V, \mathbb{R}) \ ; \ \forall x, y, \lambda \text{ mit } x, y \in V; \lambda \in \mathbb{R} \text{ gilt} \\ & \big(\big(N(x) = 0\big) \Leftrightarrow (x = 0)\big) \\ & \wedge (N(\lambda \cdot x) = |\lambda| \cdot N(x)) \\ & \wedge (N(x + y) \leq N(x) + N(y)) \ \square \end{aligned}$$

(a) Definieren Sie die **Kugel** zu vorgegebenem Mittelpunkt, Radius und Norm.

(b) Definieren Sie für Teilmengen von V die Eigenschaft, **offen** zu sein.

Aufgabe 3 (6 Punkte, (a) 2 Punkte, (b) 2 Punkte, (c) 2 Punkte):

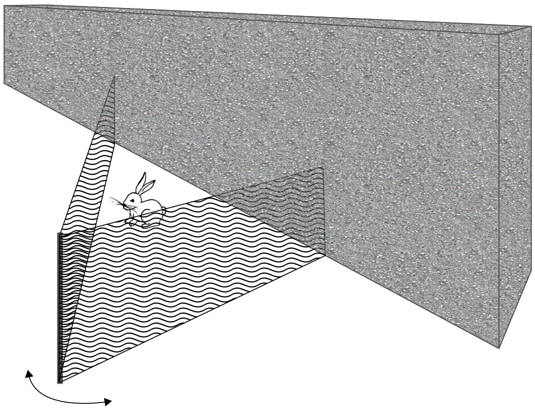
(a) Erstellen Sie ein Modell für einen einfachen Zug aus einer Urne, welche 8 verschiedene Karten enthält, die mit den Nummern 1 bis 8 durchnummeriert sind.

(b) Erweitern Sie Ihr Modell um die Eigenschaft, dass jede dieser 8 Karten eine Farbe hat (rot oder blau). Formulieren Sie dann das Ereignis, dass eine rote Karte mit einer geraden Nummer gezogen wird.

(c) Beschreiben Sie nun einen zweifachen Zug ohne Zurücklegen aus der Urne und formulieren Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine rote Karte gezogen wird, nachdem im ersten Zug eine schwarze Karte gezogen wurde.

Aufgabe 4 (3 Punkte):

Wo muss der Zaunpfosten (bei gegebener Zaunlänge) platziert werden, damit der Hase möglichst viel Platz in seinem Gehege hat?



Aufgabe 5 (3 Punkte):

Einer stetig differenzierbaren Parametrisierung einer Kurve in $\mathbb{R}^2$ soll eine "Parallelkurve" zugeordnet werden (nach dem Prinzip der Skizze). Erstellen Sie ein Modell.