



## Übungen zu Numerik PDGL II

Blatt 02

### Aufgabe 1:

Betrachten Sie die elliptische Randwertaufgabe

$$-\nabla \cdot (d(x, y) \nabla u(x, y)) + d_0 u(x, y) = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \quad (1)$$

$$u(x, y) = g(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_D, \quad (2)$$

$$d(x, y) \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}(x, y) = h(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_N, \quad (3)$$

wobei  $\Gamma_D \cup \Gamma_N = \partial\Omega$ ,  $d_0 \geq 0$ , und  $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}$  ist die Ableitung in Richtung der Normalen.

1) Leiten Sie die Variationsformulierung von Problem (1) her (Bemerkung: mit Hilfe des Gaußschen Integralsatzes).

2) Geben Sie eine sinnvolle schwache Formulierung an mit geeigneten Voraussetzungen an die Daten.

### Aufgabe 2:

1) Implementieren Sie die Klasse **pointMeasure** und die abgeleiteten Klassen Gauss-Legendre und Gauss-Jakobi auf  $T_{ref} = [0, 1]$ .

2) Implementieren Sie die Methode, **integral** um Integrale bezüglich des Punktmaßes numerisch zu berechnen.

4) Implementieren Sie die Methode **mtimes** um Produktmaße zu erzeugen, sowie die Methode **imageOf** zur Konstruktion von Bildmaßen.

Testen Sie Ihre Programm mit verschiedenen Beispielen.