Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
Dr. Z. Yang

Ausgabe: 17. 05. 2013

Abgabe : 27. 05. 2013

Übungen zu Numerik PDGL II

Blatt 05

Aufgabe 1:

Fügen Sie die Methode **testDerivative** zur Klasse **func** hinzu, die überprüft, ob die vorgegebenen Ableitungsfunktionen mit der zentralendifferenzenapproximation bis auf einen Fehler zweiter Ordnung übereinstimmt.

Aufgabe 2:

Implementieren Sie die Klasse **form** und **delta** (siehe Aufgabenliste).

Aufgabe 3:

a) Beweisen Sie die Folgerung:

Seien $\phi_1, \dots, \phi_N \in \mathcal{F}(\Omega, K)$. Die Funktionen ϕ_i sind linear unabhängig genau dann, wenn $\Lambda_1, \dots, \Lambda_N \in \mathcal{F}(\Omega, K)'$ existieren mit $(\Lambda_i(\phi_j))_{i,j}$ ist invertierbar.

Ein linear unabhängiges Funktionensystem **indepFuncSys** ist deshalb ein spezielles Funktionensystem, das ein System von Funktionalen $\Lambda_i, \dots, \Lambda_N \in \mathcal{F}(\Omega, K)'$ beinhaltet, so dass $(\Lambda_i(\phi_j))_{i,j}$ invertierbar ist.

b) Implementieren Sie **indepFuncSys** (siehe Aufgabenliste). Implementieren Sie den spezialfall der Polynome von Grad $\leq t$ auf **segment**.

Aufgabe 4:

Bringen Sie das stationäre Stokes-Problem

$$\begin{aligned} -\triangle \boldsymbol{u} + \nabla p &= \boldsymbol{f} \quad \text{in } \Omega, \\ \nabla \cdot \boldsymbol{u} &= 0 \quad \text{in } \Omega, \\ \boldsymbol{u} &= \boldsymbol{g} \quad \text{auf } \partial\Omega \end{aligned} \tag{1}$$

in die Form der Grundaufgabe:

finde $\mathbf{U} \in \mathbb{V}$: $\forall \boldsymbol{v} \in \mathbb{V}$: $a(\mathbf{U}, v) = b(v)$.

Es ist $\boldsymbol{u}$ das gesuchte Geschwindigkeitsfeld und p der gesuchte Druck. $\boldsymbol{f}$ is die gegebene äußere Kraftdichte und $\boldsymbol{g}$ die Randwerte.