Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
Dr. Z. Yang

Ausgabe: 24. 05. 2013

Abgabe : 03. 06. 2013

Übungen zu Numerik PDGL II

Blatt 06

Aufgabe 1: Regularitätsatz im Quadrat

a) Sei $\sum_{k,l=-\infty}^{+\infty} c_{k,l} \exp(ikx + ily)$ die Fourier-Reihe von u über $[0, 2\pi]^2$, zeigen Sie, dass die Aussagen $u \in \mathcal{L}_2$ und $c \in l_2$ äquivalent sind.

b) Sei $\Omega = (0, 2\pi)^2$ ein Quadrat und $u \in H_0^1(\Omega)$ schwache Lösung von $-\triangle u = f$ mit $f \in \mathcal{L}_2(\Omega)$. Mit a) beweisen sie zunächst $\triangle u \in \mathcal{L}_2(\Omega)$ und dann mit Hilfe der Cauchy-Schwarzschen Ungleichung, dass alle 2. Ableitungen von u in $\mathcal{L}_2$ sind, also u eine H^2-Funktion ist.

Aufgabe 2:

Bringen Sie das biharmonische Problem

$$\begin{aligned} &\Delta\Delta u = f \quad \text{in } \Omega \subset \mathbb{R}^2 \\ &u = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial n} = 0 \quad \text{auf } \partial\Omega \end{aligned} \tag{1}$$

in die Form der Grundaufgabe:

finde $u \in \mathbb{V}$: $\forall \boldsymbol{v} \in \mathbb{V}$: $a(u, v) = b(v)$.

Untersuchen Sie, ob die Voraussetzungen von Lax-Milgram erfüllt werden?

Aufgabe 3:

1) Sei $\mathbb{V}$ ein Objekt der Klasse **vectorSpace** auf **triangulation1D**, implementieren Sie die P_t-Basis von $\mathbb{V}$ als **indepFuncSys**.

2) Sei Q ein Objekt der Klasse **pointMeasure** und f ein Objekt der Klasse **func**. Implementieren Sie die Unterklasse **L2product** von **linearForm** auf $\mathbb{V}$ mit der Fähigkeit, dass $L2product.at(v)$ Integralwert $\int fvdQ$ liefert.

3) Implementieren Sie die Unterklasse **laplace** von **bilinearForm** auf $\mathbb{V}$.