



Übungen zu Numerik PDGL II

Blatt 07

Aufgabe 1:

Man betrachte die Teilmenge solche Polynome p von P_k , für welche

- die Restriktion von p auf jede Kante in P_{k-1} bzw.
- die Restriktion der Normalableitung $\partial_n p$ auf jede Kante in P_{k-2} enthalten ist.

In Welchem Fall bleibt die angegebene Eigenschaft unter affinen Transformationen erhalten?

Aufgabe 2:

Die Vervollständigung von $C^\infty(\Omega)^n$ bzgl. der Norm

$$\|v\|_H^2 := \|v\|^2 + \|\operatorname{div} v\|^2 \quad (1)$$

wird als $H(\operatorname{div}, \Omega)$ bezeichnet und die Norm in (1) entsprechend mit $\|\cdot\|_{H(\operatorname{div}, \Omega)}$. Offensichtlich ist $H^1(\Omega)^n \subset H(\operatorname{div}, \Omega) \subset L_2(\Omega)^n$. Man Zeige, dass eine Menge $S_h \subset L_2(\Omega)^n$ von stückweisen Polynomen genau dann in $H(\operatorname{div}, \Omega)$ enthalten ist, wenn die Komponente in Richtung der Normalen $v \cdot n$ für jedes $v \in S_h$ an den Elementengrenzen stetig ist.

Aufgabe 3:

Führen Sie für das Problem

$$\begin{aligned} -u''(x) &= f(x) \\ u(0) &= u(1) = 1 \end{aligned} \quad (2)$$

eine numerische Konvergenzanalyse ihres FEM Programms durch. Wählen Sie dazu eine geeignete rechte Seite f und ermitteln Sie die numerische Konvergenzordnung.