



Übungen zu Numerik PDGL II

Blatt 2

Aufgabe 1:

Betrachten Sie die elliptische Randwertaufgabe

$$-\nabla \cdot (d(x, y) \nabla u(x, y)) + d_0 u(x, y) = f(x, y), \quad (x, y) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \quad (1)$$

$$u(x, y) = g(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_D, \quad (2)$$

$$d(x, y) \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}(x, y) = h(x, y), \quad (x, y) \in \Gamma_N, \quad (3)$$

wobei $\Gamma_D \cup \Gamma_N = \partial\Omega$, $\Gamma_D \cap \Gamma_N = \emptyset$ und $d_0 \geq 0$ seien. Weiter bezeichne $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}}$ die Ableitung in Richtung der Normalen.

1) Leiten Sie die Variationsformulierung von Problem (1) her (Bemerkung: Verwenden Sie den Gaußschen Integralsatz).

2) Geben Sie eine sinnvolle schwache Formulierung inklusive geeigneter Voraussetzungen an die Daten an.

Aufgabe 2:

Sei H ein Hilbertraum und $U \subset H$ ein abgeschlossener Teilraum. Weiter sei P die orthogonale Projektion von H auf U . Für gegebenes $w \in H$ berechnen Sie Pw (d.h. formulieren Sie die Berechnungsvorschrift für Pw mit Bilinear- und Linearformen).