Fachbereich Mathematik und Statistik WS 2010/11

μ $\Leftrightarrow$ γ ∇

Einführungskurs Mathematik

ϑ ∞

ε

Michael Junk

Universität Konstanz

β $\int$ Φ $\forall$ Σ Ψ δ ξ α $\subseteq$ Ω

Warum Mathematik?

Zur Beschreibung von
- Gesetzmäßigkeiten
- Mustern
- regelmäßigen Strukturen

mit dem Ziel, unsere Umwelt besser zu verstehen.

Besonderheit der Mathematik …

- präzise Sprache (basierend auf Mengenlehre)
- spezielle Symbolik (hohe Informationsdichte)
- präzise Argumentation (Logik)
- deduktiver Aufbau der Theorie (axiomatische Methode)
- Abstraktion (Konzentration auf das Wesentliche)

Arbeitsziel in der Mathematik …

… sinnvoll motivierte Aussagen zu beweisen

Eine Aussage beschreibt einen Sachverhalt,
der entweder *wahr* oder *falsch* ist.

Ableitung einer wahren Aussage aus anderen wahren
Aussagen nach bestimmten *logischen Schlussregeln*

μ $\Leftrightarrow$ γ ∇

ϑ ∞

Aussagen

ε β

$\int$

Φ

$\forall$ Ψ Σ ξ δ

$\subseteq$ α Ω

Eine Aussage beschreibt einen Sachverhalt, der entweder *wahr* oder *falsch* ist.

Peter hat rote Haare.

… *ist* eine Aussage in einem Kontext, wo Peter eindeutig eine Person beschreibt

Bem: Sie müssen dazu nicht wissen, ob Peter rote Haare hat oder nicht

… ist *keine* Aussage in einer Gruppe, wo zwei Peter verschiedene Haarfarben haben

$\boxed{\text{Herzlichen Glückwunsch!}}$

… ist *keine* Aussage, da kein Wahrheitswert zugeordnet werden kann.

$\boxed{1 = 2}$

… *ist* eine Aussage mit Wahrheitswert *falsch*.

$\boxed{\text{Jede gerade Zahl, die größer ist als 2, ist Summe zweier Primzahlen}}$

Das ist die *Goldbachsche Vermutung*.

Ihr Wahrheitswert ist unbekannt … dennoch nimmt man an, dass sie entweder wahr oder falsch und damit eine Aussage ist.

$\boxed{\text{Diese Aussage ist falsch.}}$

… ist *keine* Aussage, da kein Wahrheitswert zugeordnet werden kann: wäre die Aussage wahr, dann wäre sie falsch und wäre die Aussage falsch dann wäre sie wahr.

$\boxed{p \text{ ist eine Primzahl.}}$

… ist *keine* Aussage, da kein Wahrheitswert zugeordnet werden kann.

Aber: wenn wir den Platzhalter *p* durch eine Zahl ersetzen, entsteht eine Aussage.

Wir nennen *A(p)*=„*p* ist eine Primzahl.” eine Aussageform.

viele mathematische Aussagen beinhalten Aussageformen

Behauptung: Für alle natürlichen Zahlen n ist $n^2 + n + 41$ eine Primzahl.

viele mathematische Aussagen beinhalten Aussageformen

Behauptung: Für alle natürlichen Zahlen n ist $n^2 + n + 41$ eine Primzahl.

Behauptung: Es gibt eine reelle Lösung x der Gleichung $x^2 = 2$.

viele mathematische Aussagen beinhalten Aussageformen

Behauptung: Für alle natürlichen Zahlen n ist $n^2 + n + 41$ eine Primzahl.

Behauptung: Es gibt eine reelle Lösung x der Gleichung $x^2 = 2$.

Aussageformen: $A(n):\ n^2 + n + 41$ ist prim

$B(x):\ x^2 = 2$

Quantor-Notation: Allquantor

$$\forall n \in \mathbf{N} : \; n^2 + n + 41 \text{ ist prim}$$

Lies: für alle n in der Menge $\mathbf{N}$ gilt …

generell: $\forall x \in M : \; \mathrm{A}(x)$ ist eine Aussage, die wahr ist, wenn $\mathrm{A}(x)$ für alle zulässigen x wahr ist.

Quantor-Notation: Existenzquantor

$$\exists x \in \mathbf{R} : \; x^2 = 2$$

Lies: es existiert ein x in der Menge $\mathbf{R}$ so dass …

generell: $\exists x \in M : \; \mathrm{A}(x)$ ist eine Aussage, die wahr ist, wenn $\mathrm{A}(x)$ für ein zulässiges x wahr ist.

lies als *mindestens* ein

Beispiele: $\forall x \in M : x = x$ ist *wahr*

$\forall x, y \in \mathbf{R} : x + y = y + x$ ist *wahr*

$\forall x, y \in \mathbf{R} : x > y$ ist *falsch*

$\forall x \in \mathbf{R} : \exists n \in \mathbf{N} : n \geq x$ ist *wahr*

Beispiel: gleichmäßige gleichgradige Stetigkeit

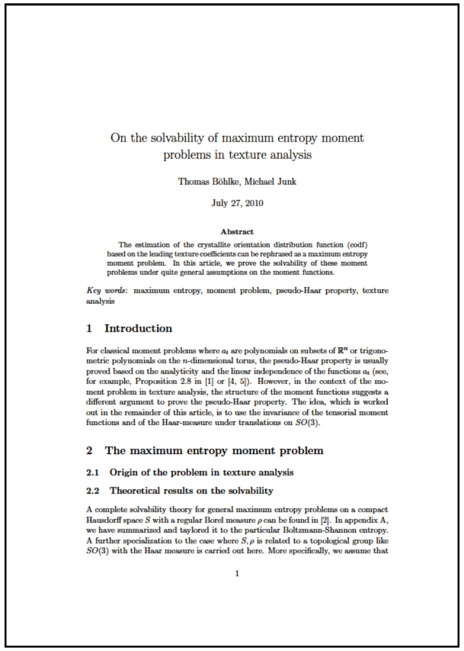
Eine Folge $\left(f_n\right)$ von Funktionen $f_n : (a,b) \to \mathbf{R}$

heißt *gleichmäßig gleichgradig stetig*, wenn

$$\forall \varepsilon > 0 : \exists \delta > 0 : \forall x_0 \in (a,b) : \forall x \in (a,b), \left|x - x_0\right| < \delta : \forall n \in \mathbf{N} : \left|f_n(x) - f_n(x_0)\right| < \varepsilon$$

Bemerkung:

- Symbole machen Aussagen präzise sind aber schwer zu lesen.
- Besser: sinnvolle Mischung aus Text und Symbolen.



On the solvability of maximum entropy moment problems in texture analysis

Thomas Böhlke, Michael Junk

July 27, 2010

Abstract

The estimation of the crystallite orientation distribution function (codf) based on the leading texture coefficients can be rephrased as a maximum entropy moment problem. In this article, we prove the solvability of these moment problems under quite general assumptions on the moment functions.

Key words: maximum entropy, moment problem, pseudo-Haar property, texture analysis

1 Introduction

For classical moment problems where a_i are polynomials on subsets of $\mathbb{R}^n$ or trigonometric polynomials on the n-dimensional torus, the pseudo-Haar property is usually proved based on the analyticity and the linear independence of the functions a_i (see, for example, Proposition 2.8 in [1] or [4, 5]). However, in the context of the moment problem in texture analysis, the structure of the moment functions suggests a different argument to prove the pseudo-Haar property. The idea, which is worked out in the remainder of this article, is to use the invariance of the tensorial moment functions and of the Haar-measure under translations on $SO(3)$.

2 The maximum entropy moment problem

2.1 Origin of the problem in texture analysis

2.2 Theoretical results on the solvability

A complete solvability theory for general maximum entropy problems on a compact Hausdorff space S with a regular Borel measure ρ can be found in [2]. In appendix A, we have summarized and taylored it to the particular Boltzmann-Shannon entropy. A further specialization to the case where S, ρ is related to a topological group like $SO(3)$ with the Haar measure is carried out here. More specifically, we assume that

1

μ $\Leftrightarrow$ γ ∇

ϑ ∞

Logische Schlüsse

ε β

$\int$

Φ

$\forall$ Ψ Σ ξ

δ $\subseteq$ Ω α

Logische Argumentation eines Technikers:

Bei diesem Fehler liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer oder ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.

Die Taktstörung ist es diesmal nicht.

Also haben wir einen Kriechstrom in der Sensorik.

korrekte Schlussweise?

Inhalt verstanden?

Beispiel:

Ich gehe Donnerstags in die Mathematik- oder in die Biologievorlesung.

An diesem Donnerstag fällt Mathe aus.

Also gehe ich in die Biovorlesung.

Zusammenhang mit vorherigem Beispiel?

Wahrheitswerte bekannt?

Beispiel:

Wenn p eine Primzahl oder eine gerade Zahl ist

und p ist ungerade,

dann ist p eine Primzahl.

gleicher logischer Schluss?

wieso?

Eine logisch korrekte Argumentation

- drückt unsere gemeinsame *Welterfahrung* aus
- ist unabhängig vom *Inhalt* der Aussagen
- ist unabhängig vom *Wahrheitswert* der Aussagen
- hängt von der *Verknüpfung* der Aussagen ab

Bei diesem Fehler liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer oder ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.

Die Taktstörung ist es diesmal nicht.

Also haben wir einen Kriechstrom in der Sensorik.

Elementare Aussagen:

$A =$ *Es liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer vor.*

$B =$ *Es liegt ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.*

$A =$ *Es liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer vor.*

$B =$ *Es liegt ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.*

Die zusammengesetzte Aussage

Bei diesem Fehler liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer oder ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.

entspricht der *oder* –Verknüpfung: $C = A$ oder B

Symbol: $C = A \vee B$

Junktor

Angenommen A, B sind Aussagen.

Ist dann $C = A \vee B$ wieder eine Aussage?

Beispiel:

$A =$ *Ich fahre heute.*

$B =$ *Ich fahre morgen.*

A	B	$A \vee B$
f	f	f
f	w	w
w	f	w
w	w	w

Bem.: oder bedeutet nicht *entweder-oder*

Die Aussage: *Die Taktstörung ist es diesmal nicht.*

entspricht sinngemäß der Verneinung von:

$A =$ *Es liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer vor.*

also: $D =$ nicht A Symbol: $D = \neg A$

statt f auch 0

A	$\neg A$
0	1
1	0

statt w auch 1

Bei diesem Fehler liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer oder ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.

Die Taktstörung ist es diesmal nicht.

entspricht sinngemäß $E = C$ und D

Bei diesem Fehler liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer oder ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor und die Taktstörung ist es diesmal nicht.

Symbol: $E = C \wedge D$

Merkregel: And

Die *und*-Verknüpfung:

Beispiel:

$A =$ *Ich habe Hunger.*

$B =$ *Ich habe Durst.*

A	B	$A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Gesamtaussage:

$$E \mathrel{\hat{=}} \left\{ \begin{array}{l} \textit{Bei diesem Fehler liegt eine Taktstörung im zentralen} \\ \textit{Celurgabuffer oder ein Kriechstrom in der} \\ \textit{Phylasensorik vor.} \\ \\ \textit{Die Taktstörung ist es diesmal nicht.} \end{array} \right.$$

Also $\underbrace{\textit{haben wir einen Kriechstrom in der Sensorik.}}_{\hat{=}\, B}$

entspricht: aus E folgt B bzw. E impliziert B

Symbol: $E \Rightarrow B$

eine wahre *impliziert*-Verknüpfung:

$$\textit{Wenn } \underbrace{\textit{es 5 Minuten geregnet hat,}}_{\substack{A \\ \text{Prämisse}}} \textit{ dann } \underbrace{\textit{ist die Erde nass.}}_{\substack{B \\ \text{Konklusion}}}$$

$$A \Rightarrow B$$

A	B	tritt auf
0	0	ja
0	1	ja
1	0	nein
1	1	ja

eine falsche *impliziert*-Verknüpfung:

$$\textit{Wenn } \underbrace{\textit{es Montag ist}}_{\substack{A \\ \text{Prämisse}}}\textit{, dann } \underbrace{\textit{regnet es}}_{\substack{B \\ \text{Konklusion}}}. \qquad A \Rightarrow B$$

A	B	tritt auf
0	0	ja
0	1	ja
1	0	ja
1	1	ja

diese Zeile unterscheidet wahre von falschen Implikationen

Wahrheitstabelle der *impliziert*-Verknüpfung:

Ex falso quod libet

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Wenn Weihnachten und Ostern auf einen Tag fallen, dann ….

Ist die Implikation wahr oder falsch?

$$(0=0) \Rightarrow \sqrt{2} \text{ ist irrational}$$

$$(0=0) \Rightarrow \exp(0)=0$$

$$(0=1) \Rightarrow (0=0)$$

$$(0=1) \Rightarrow (0=2)$$

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Also gilt z.B.: $(1=0) \Rightarrow \text{Goldbachsche Vermutung}$

Achtung: $A \Rightarrow B$ bedeutet (in der Aussagenlogik) nicht,
„man kann mit A beweisen, dass B stimmt“

$A \Rightarrow B$ ist einfach eine verknüpfte Aussage,
deren Wahrheitswert durch den von A bzw. B gegeben ist.

… lesen Sie auch mal im Skript nach …

Zusammenfassung:

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Aussagenlogik arbeitet unabhängig vom Inhalt der Aussagen und *muss* deshalb auch alltagssprachlich unübliche Implikationen zulassen.

Die Wahrheitswerte sind aber so zugeordnet, dass übliche Implikationen (kausale Zusammenhänge) korrekt behandelt werden.

Bem.: An *und* bzw. *oder* stellt die Alltagssprache weniger Anforderungen.

Die Argumentation des Technikers:

Bei diesem Fehler liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer oder ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.

Die Taktstörung ist es diesmal nicht.

Also haben wir einen Kriechstrom in der Sensorik.

entspricht der Verknüpfung: $(A \vee B) \wedge (\neg A) \Rightarrow B$ mit:

$A =$ *Es liegt eine Taktstörung im zentralen Celurgabuffer vor.*

$B =$ *Es liegt ein Kriechstrom in der Phylasensorik vor.*

$$(A \vee B) \wedge (\neg A) \Rightarrow B$$

$A(p) =$ *Die Zahl p ist gerade.*

$B(p) =$ *Die Zahl p ist eine Primzahl.*

Wenn p eine gerade Zahl oder eine Primzahl ist

und p ungeade ist,

dann ist p eine Primzahl.

Wir empfinden $(A \vee B) \wedge (\neg A) \Rightarrow B$

unabhängig vom konkreten Inhalt

der Elementaraussagen A, B als korrekten Schluss.

$(A$	$\vee$	$B)$	$\wedge$	$\neg A$	$\Rightarrow$	B
0	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	1	1

Unsere Schlussregel $(A \vee B) \wedge (\neg A) \Rightarrow B$
ist eine *Tautologie*, d.h. eine Aussageverknüpfung, die unabhängig vom Inhalt und den Wahrheitswerten der beteiligten Elementaraussagen *stets wahr* ist.

Es zeigt sich:

korrekte logische Schlüsse entsprechen jeweils *tautologischen Implikationen*.

Beispiel: $A \wedge (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$

immer erst ausprobieren (experimentieren, spielen) …

$A =$ *Das Seil reißt.*

$B =$ *Armin fällt.*

ergibt:

Das Seil reißt und wenn das Seil reißt, fällt Armin.
Also fällt Armin.

korrekter Schluss?

Ob $A \wedge (A \Rightarrow B) \Rightarrow B$ ein logisch korrekter Schluss ist, lässt sich *nachrechnen*.

A	$\wedge$	$(A$	$\Rightarrow$	$B)$	$\Rightarrow$	B
0	0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1

Beim Umformen von Aussagen helfen
tautologische Äquivalenzen

Beispiel:

$A =$ *Ich bin besoffen.*

$B =$ *Ich bin müde.*

Dann sind:

$\neg(A \wedge B)$ *Müde und besoffen bin ich nicht.*

$(\neg A) \vee (\neg B)$ *Ich bin nicht müde oder ich bin nicht besoffen.*

sinngemäß identisch, d.h. *äquivalent* (Regel von de Morgan)

Die *äquivalent*-Verknüpfung:

Zwei Aussagen sind äquivalent, wenn sie den selben Wahrheitswert haben

A	B	$A \Leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Die intuitive Äquivalenz von:

$\neg(A \wedge B)$ *Müde und besoffen bin ich nicht.*

$(\neg A) \vee (\neg B)$ *Ich bin nicht müde oder ich bin nicht besoffen.*

lässt sich durch *Nachrechnen* bestätigen:

$\neg$	$(A$	$\wedge$	$B)$	$\Leftrightarrow$	$\neg A$	$\vee$	$\neg B$
1	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0	0

Weitere tautologische Äquivalenzen :

$A \Leftrightarrow \neg(\neg A)$ Doppelte Verneinung

$(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \Rightarrow \neg A)$ Kontraposition

$(A \wedge A) \Leftrightarrow A$ Idempotenz

$(A \wedge B) \Leftrightarrow (B \wedge A)$ Kommutativität

$A \wedge (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \wedge C$ Assoziativität

$A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$ Distributivität

Tautologie: Aussage die stets *wahr* ist.

Kontradiktion: Aussage die stets *falsch* ist.

Beispiel: $A \wedge (\neg A)$

(spielen … $A =$ *Ich mag Logik.*)

A	$\wedge$	$\neg A$
0	0	1
1	0	0

Tautologien und Kontradiktionen lassen sich auch auf Aussageformen anwenden, da sie *unabhängig vom Wahrheitswert* der beteiligten Aussagen wahr bzw. falsch sind.

Beispiel: $\forall x \in \mathbf{R} : x \notin [0,1] \Leftrightarrow x < 0 \vee x > 1$ ist *wahr*

$$\neg(x \in [0,1])$$

$$[0,1] = \{\, x \mid 0 \le x \wedge x \le 1 \,\}$$

benutzte Tautologie: $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A) \vee (\neg B)$

Beispiel: $\exists x \in \mathbf{R}: \quad x^2 = -1$ ist *falsch*

… also: $\neg\left(\exists x \in \mathbf{R}: \quad x^2 = -1\right)$ ist *wahr*

… äquivalent formuliert: $\forall x \in \mathbf{R}: \quad x^2 \neq -1$ ist *wahr*

tautologische Äquivalenz: $\neg\left(\exists x \in M: \mathrm{A}(x)\right) \Leftrightarrow \forall x \in M: \neg \mathrm{A}(x)$

genauso: $\neg\left(\forall x \in M: \mathrm{A}(x)\right) \Leftrightarrow \exists x \in M: \neg \mathrm{A}(x)$

experimentieren …!

$A =$ *Niemand mag mich.*

… äquivalent formuliert mit: $M(x) = x$ mag mich

$$A \Leftrightarrow \neg\left(\exists \text{Person } x : M(x)\right)$$

bzw. $$A \Leftrightarrow \forall \text{Personen } x : \neg M(x)$$

Achtung: die Negation von A ist *nicht* gleichbedeutend mit der Aussage „*Alle mögen mich.*”, sondern

$$\neg A \Leftrightarrow \exists \text{Person } x : M(x)$$

Beispiel: gleichmäßige gleichgradige Stetigkeit

Eine Folge $\left(f_n\right)$ von Funktionen $f_n:(a,b)\to\mathbf{R}$

heißt gleichmäßig gleichgradig stetig, wenn

$$\forall\varepsilon>0:\exists\delta>0:\forall x_0\in(a,b):\forall x\in(a,b),\left|x-x_0\right|<\delta:\forall n\in\mathbf{N}:\left|f_n(x)-f_n(x_0)\right|<\varepsilon$$

Frage: wann ist $\left(f_n\right)$ *nicht* gleichmäßig gleichgradig stetig?

$$\exists\varepsilon>0:\forall\delta>0:\exists x_0\in(a,b):\exists x\in(a,b),\left|x-x_0\right|<\delta:\exists n\in\mathbf{N}:\left|f_n(x)-f_n(x_0)\right|\geq\varepsilon$$

Vorsicht: Quantoren vertauschen nicht ohne weiteres

Beispiel: $A(F, M) =$ *F hat was mit M.*

$$\forall \text{Männer } M : \exists \text{Frau } F : A(F, M)$$

ist *nicht* äquivalent mit

$$\exists \text{Frau } F : \forall \text{Männer } M : A(F, M)$$

- Eine Aussage ist ein Sachverhalt, der entweder wahr oder falsch ist.
- Durch Verknüpfung von Aussage(forme)n mit Junktoren entstehen weitere Aussage(forme)n.
- Durch Quantoren werden Aussageformen zu Aussagen.
- Der Wahrheitswert einer Verknüpfung folgt aus der entsprechenden Wahrheitstabelle.
- Logische Schlussfolgerungen entsprechen tautologischen Implikationen.
- Aussage(forme)n lassen sich umformen mit Hilfe von tautologischen Äquivalenzen.

μ $\Leftrightarrow$ γ ∇

ϑ ∞

Beweise

ε β

$\int$

Φ

Σ Ψ $\forall$

δ ξ

α $\subseteq$ Ω

Als Beweis einer Aussage bezeichnet man eine Folge von logischen Schlüssen, die zeigt, dass die Aussage wahr ist.

Eine wahre Aussage heißt auch Satz oder Theorem.

Ein Hauptsatz ist ein besonders bedeutender Satz.

Ein Lemma ist ein Hilfssatz in einem längeren Beweis.

Ein Korollar ist eine Folgerung aus einem zuvor bewiesenen Satz.

Behauptung: Für jede natürliche Zahl n ist der Ausdruck $n^2 + n + 41$ eine Primzahl.

Äquivalente Aussage: $\forall\, n \in \mathbf{N} : n^2 + n + 41$ ist prim z.B. nach vielen glücklosen Beweisversuchen

angezweifelt: $\forall x \in M : A(x)$

Versuche $\neg\left(\forall x \in M : A(x)\right)$ zu beweisen,

d.h. $\exists x \in M : \neg A(x)$

Strategie: finde x, so dass $A(x)$ falsch ist, d.h. ein Gegenbeispiel

Satz: Sei n eine gerade Zahl.
Dann ist auch n^2 gerade.

äquivalente Formulierung mit

$$G = \left\{ n \in \mathbf{N} \,\middle|\, \exists k \in \mathbf{N} : n = 2k \right\}$$

Satz: $\forall\, n \in \mathbf{N} : n \in G \Rightarrow n^2 \in G$

Diskussion: Die Aussage ist von der typischen Form:

$$\forall x \in M : A(x) \Rightarrow B(x)$$

Zu zeigen: $A(x) \Rightarrow B(x)$ ist wahr für alle $x \in M$

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Es genügt zu zeigen, dass
$B(x)$ nicht falsch ist,
wenn $A(x)$ wahr ist.

bzw. dass $B(x)$ wahr ist, wenn $A(x)$ wahr ist.

Der Nachweis wird in geeignete *Beweisschritte* zerlegt.

Jeder Schritt hat die Form einer wahren Implikation.

$$A(x) \Rightarrow Z_1(x),\ Z_1(x) \Rightarrow Z_2(x), \ldots, Z_m(x) \Rightarrow B(x)$$

Als wahre Implikationen dienen Definitionen und Sätze.

Wenn $A(x)$ und die Implikation $A(x) \Rightarrow Z_1(x)$ wahr sind,

dann zeigt die Tabelle, dass $Z_1(x)$ wahr ist.

A	B	$A \Rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Mehrfache Anwendung ergibt, dass

$Z_2(x), Z_3(x), \ldots, Z_m(x), B(x)$

wahr sind.

Weitere Strategie: indirekter Beweis/Widerspruchsbeweis

Zu zeigen: $\forall x \in M : A(x) \Rightarrow B(x)$

Nimm an, dass $A(x)$ wahr ist und dass $B(x)$ falsch ist.

Zeige mit direktem Beweis, dass eine falsche Aussage F folgt.

Nutze die Tautologie:

$$(A \wedge \neg B \Rightarrow F) \Rightarrow (A \Rightarrow B)$$

- Logische Regeln folgen der Alltagslogik.
- Logische Verknüpfungen können sehr kompliziert werden.
- Keine Diskussion über logische Korrektheit (Tabellen!)

Unser Ziel war:

Ihr bisheriges Mathematikverständnis zu erschüttern.

Unser Ziel ist:

Ein neues umfassenderes Mathematikverständnis aufzubauen.