Prof. Dr. H. Neunzert
Dr. M. Junk

Übung *Analysis I*

Rückgabe: 12:00, Freitag 11.01.2002

Aufgabe 30:

Weisen Sie durch direkte Anwendung der $\epsilon - \delta$ Definition die Stetigkeit folgender Funktionen über $\mathbb{R}$ nach:

$$f(x) = \sqrt{|x|}, \qquad f(x) = \frac{1}{x^4+1}.$$

Aufgabe 31:

Seien f, g stetige, reellwertige Funktionen mit dem Definitionsgebiet $(a,b) \subset \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass $f = g$ gilt, wenn f und g in allen rationalen Punkten $r \in \mathbb{Q} \cap (a,b)$ übereinstimmen. Zeigen Sie auch, dass die Funktion

$$h(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0,1] \backslash \mathbb{Q} \\ x & x \in [0,1] \cap \mathbb{Q} \end{cases}$$

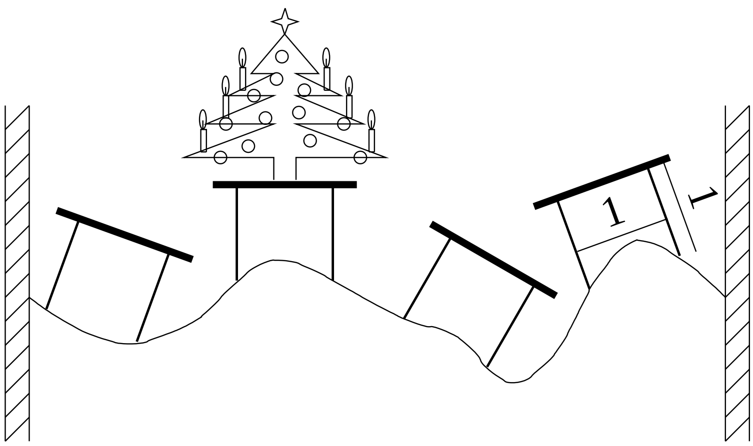
im Punkt $x = 0$ und nur dort stetig ist. Geben Sie eine Funktion auf $[0,1]$ an, die in keinem Punkt stetig ist.

Aufgabe 32:

Zeigen Sie, dass ein Polynom $P(x) = a_0 + a_1 x + \cdots + a_n x^n$, $a_n \neq 0$, $x \in \mathbb{R}$ von ungeradem Grad n mindestens eine Nullstelle hat.

Aufgabe 33:

Ein (zugegeben unrealistischer zweidimensionaler) Tisch soll auf einem unebenen Boden so aufgestellt werden, dass die Tischplatte genau horizontal ausgerichtet ist. Die Länge der Beine und deren Abstand sei $L = 1$ und das Zimmer habe die Breite $B = 5$. Findet man immer eine Position im Zimmer, an der eine horizontale Aufstellung möglich ist? Oder gibt es Mindestvoraussetzungen an die "Bodenbeschaffenheit"?



**Frohe Weihnachten
und ein gutes neues Jahr**