



Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
Dipl.-Phys. M. Rheinländer

Ausgabe: 25. Okt., WS 06/07
Abgabe : 30. Okt. bis 12 Uhr

Analysis III

1. Übungsblatt

Aufgabe 1.1: Testen Sie den Reduktionssatz (Fubini für R-Integrale) (Pflicht)

Berechnen Sie die folgenden Integrale, wobei Sie zuerst nach x und dann nach y integrieren und die Rechnung anschließend mit vertauschter Integrationsreihenfolge wiederholen.

- a) $\int_R (2x + 3) d(x, y)$ mit $R := [0, 2] \times [3, 4]$
- b) $\int_R (xy + y^2) d(x, y)$ mit $R := [0, 1] \times [0, 2]$
- c) $\int_R \exp(x + y) d(x, y)$ mit $R := [\pi/2, \pi] \times [0, \pi/2]$

Zum Nachdenken: Welchen Satz aus der Analysis II würden Sie mit dem Reduktionssatz am ehesten in Verbindung bringen?

Aufgabe 1.2: Volumen eines Tetraeders (3-Simplex) (Pflicht)

Es seien $a, b, c > 0$. Betrachten Sie die Punkte $(a, 0, 0)$, $(0, b, 0)$ und $(0, 0, c)$, welche im \mathbb{R}^3 eine Ebene \mathcal{E} definieren.

- a) Definieren Sie die Menge aller Punkte V , welche sich zwischen \mathcal{E} und den drei Koordinatenebenen befinden. Also $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \dots\}$.
- b) Haben Sie eine konkrete Vermutung, nach welcher Formel sich der Inhalt (Volumen) von V berechnet (Schulwissen!). Versuchen Sie Ihre Vermutung mittels Integralrechnung zu bestätigen.
- c) Berechnen Sie $\int_V x^2 y d(x, y, z)$.
- d) Führen Sie b) und c) unter Verwendung der Substitutionsregel (Transformationsformel) durch (Integration über den Einheitssimplex).

Falls die Zeit ausreicht, wird in den ersten Übungsstunden die Vordiploms-Klausur besprochen.