Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
J. Budday

Ausgabe: 22.10.2010

Abgabe: 29.10.2010
bis spätestens 10 Uhr
in die Briefkästen vor F441

Übungen zur Analysis I

Blatt 01

Aufgabe 1

(a) Gegeben sei die Menge der komplexen Zahlen $\mathbb{C} = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{R}\}$. Auf dieser Menge betrachten wir die folgenden Verknüpfungen:

$$(a,b) \ + \ (c,d) := (a+c, b+d)$$
$$(a,b) \ \cdot \ (c,d) := (ac-bd, ad+bc)$$

Zeigen Sie, dass $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ ein Körper ist.

(b) Was passiert, wenn man auf $K = \{(a,b) \mid a,b \in \mathbb{C}\}$ wieder die Verknüpfungen

$$(a,b) \ + \ (c,d) := (a+c, b+d)$$
$$(a,b) \ \cdot \ (c,d) := (ac-bd, ad+bc)$$

definiert, wobei die Addition und die Multiplikation auf der rechten Seite nun komplexe Addition und Multiplikation sind?

Aufgabe 2

(a) Vervollständigen Sie den Beweis zu Satz 1.5 aus der Vorlesung, indem Sie die Aussagen (IV),(VI)-(VIII) beweisen.

(b) Beweisen Sie, dass gilt:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

(c) Beweisen Sie, dass gilt:

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$$

(Auf der Vorlesungs-Homepage finden Sie Satz 1.5 als pdf-Download)

Aufgabe 3

Auf $K = \{\square, \nabla\}$ werden mit folgenden Verknüpfungstabellen zwei Operationen definiert (wobei z.B. $\square + \square = \nabla$ und $\square \cdot \square = \square$):

$+$	$\square$	∇
$\square$	∇	$\square$
∇	$\square$	∇

$\cdot$	$\square$	∇
$\square$	$\square$	$\square$
∇	$\square$	∇

(a) Ist $(K, +, \cdot)$ ein Körper?

(b) Bestimmen Sie alle möglichen Verknüpfungstabellen, die dazu führen, dass $(K, +, \cdot)$ ein Körper ist.

ACHTUNG: bitte heften Sie Ihre einzelnen Blätter zusammen und schreiben Sie Ihren Namen, sowie den Namen Ihres Übungsleiters in die obere rechte Ecke.