Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
J. Budday

Ausgabe: 12.11.2010

Abgabe: 19.11.2010
bis spätestens 10 Uhr
in die Briefkästen vor F441

Übungen zur Analysis I

Blatt 04

Aufgabe 1

Bringen Sie folgende komplexen Ausdrücke auf die Standardform $a + ib$:

(a) $\frac{3}{i}$ **(b)** $\frac{4+2i}{3+5i}$ **(c)** $\frac{(2+i)^3}{1-i}$

Aufgabe 2

(a) Zeichnen Sie den Graphen der Funktion $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R},\ x \longmapsto |x - |2 - x||$

(b) Geben Sie die Menge $M = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) \leq 1\}$ als Intervall $I \subset \mathbb{R}$ an und beweisen Sie die Mengengleichheit $M = I$.

Aufgabe 3

Beweisen Sie Satz 3.5 aus der Vorlesung:

Sei A endlich und $a \in A$. Dann sind A und $A \setminus \{a\}$ nicht gleichmächtig.

Hinweis: Zeigen Sie zunächst per Induktion über $n \in \mathbb{N}$, dass die Mengen $\mathbb{N}_{\leq n+1}$ und $\mathbb{N}_{\leq n}$ nicht gleichmächtig sind.

Aufgabe 4

Seien A, B Mengen und $f : A \longrightarrow B$ eine Funktion. Zeigen Sie, dass f genau dann bijektiv ist, wenn eine Funktion $g : B \longrightarrow A$ mit den Eigenschaften $f \circ g = \mathrm{id}_B$ und $g \circ f = \mathrm{id}_A$ existiert. Zeigen Sie weiter, dass zu einer bijektiven Funktion f genau eine solche Funktion g existiert. Diese wird Inverse von f (kurz f^{-1}) genannt.

Aufgabe 5

Es seien A, B gegebene Mengen. Zeigen Sie, dass gilt:

(a) $A \cap B = \emptyset \ \Rightarrow\ |A \cup B| = |A| + |B|$

(b) $A \subseteq B \ \Rightarrow\ |A| \leq |B|$

(c) $A \subseteq B \ \Rightarrow\ |B \setminus A| = |B| - |A|$