

Satz 8.5: Eine reelle Folge ist konvergent genau dann, wenn sie eine Cauchy-Folge ist

Beweis: „ \Rightarrow “ Lemma 8.1

„ \Leftarrow “ Sei (x_n) CF. Nach Satz 8.3 ist (x_n) beschränkt.

Mit Bolzano-Weierstraß existiert konvergente \mathbb{R} -F

Nach Lemma 8.4. ist (x_n) konvergent \square

Bei Reihen $\sum a_k$ ergibt dies das Cauchy-Konvergenzkriterium

Satz 8.6: Eine Reihe $\sum a_n$ ist konvergent genau dann, wenn zu jedem $\varepsilon > 0$ ein $N \in \mathbb{N}$ existiert so dass $|\sum_{k=n}^m a_k| < \varepsilon$ gilt für alle $m > n \geq N$.

Beweis: Satz 8.5 angewendet auf Folge der Partialsummen \square