



## Übungen zur Mathematik für Physiker II

Blatt 01

### Aufgabe 1: punktweise und gleichmäßige Konvergenz

- (a) Gegeben sei die Funktionenfolge  $(f_n)_{n \in \mathbb{N}}$  mit  $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $x \mapsto x^n$ . Untersuchen Sie die Folge auf punktweise und gleichmäßige Konvergenz und geben Sie im Falle der Konvergenz die Grenzfunktion an.
- (b) Geben Sie ein weiteres Beispiel einer Funktionenfolge an, die punktweise jedoch nicht gleichmäßig gegen eine Grenzfunktion konvergiert.
- (c) Geben Sie ein Beispiel einer Funktionenfolge an, die sowohl punktweise als auch gleichmäßig gegen eine Grenzfunktion konvergiert.

### Aufgabe 2: Konvergenz und absolute Konvergenz von Reihen

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz und auf absolute Konvergenz:

$$(a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

### Aufgabe 3: Konvergenzradius von Potenzreihen

Berechnen Sie den Konvergenzradius folgender reeller Potenzreihen:

$$(a) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-x)^n}{2^n} \quad (b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x-1)^n \quad (c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)!} x^{2n-1}$$

$$(\text{Tipp: } \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n} = 1)$$

### Aufgabe 4: stetig oder nicht stetig?

Untersuchen Sie die folgenden reellen Funktionen auf Stetigkeit im Punkt  $x = 0$ .

(a)

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

(b)

$$f(x_1, x_2) = \frac{x_1 x_2^2}{x_1^2 + x_2^4} \quad ((x_1, x_2) \neq (0, 0)), \quad f(0, 0) := 0$$