



Übungen zur Mathematik für Physiker III

Blatt 12

Aufgabe 1:

Wo liegen die Singularitäten der folgenden Funktionen und von welcher Art sind Sie?

- a) $\frac{1}{z(1-z)^2}$ b) $\frac{1}{\sin(\pi/z)}$ c) $\frac{1}{e^z-1}$
d) $z \sin(\frac{1}{z})$ e) $\frac{\cos z-1}{z^4}$ f) $\frac{z-i}{z^2+i}$

Aufgabe 2:

Bestimmen Sie die Residuen der folgenden Funktionen in allen Singularitäten.

- a) $\frac{1}{z(z^4-1)}$ b) $\frac{1}{z^2(e^z-1)}$.

Aufgabe 3:

Verwenden Sie den Residuensatz und berechnen Sie die Integrale

- a) $\int_0^{2\pi} \frac{\cos(3t)}{5-4\cos(t)} dt$, b) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(x^2+a^2)(x^2+b^2)} dx$, $a, b > 0$.

Aufgabe 4:

Bestimmen Sie die Laurentreihen der Funktionen

- a) $f(z) = \frac{e^z}{z^3-z^4}$ im Kreisring $0 < |z| < 1$.
b) $f(z) = \frac{1}{1-z} + \frac{1}{2-z} + \frac{1}{4-z}$ im Kreisring $1 < |z| < 2$ sowie im Kreisring $2 < |z| < 4$.

Aufgabe 5:

Beweisen Sie für $|z| < 1$,

$$\ln_0(1+z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{1}{n} z^n.$$