Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik

Prof. Dr. M. Junk
S. Assmann
J. Kern
P. Kurth

Mathematik einüben in Gruppenarbeit
Aufgabenblatt 3

Hinweise:

- Diskutieren Sie die Aufgaben und einigen Sie sich auf eine Antwort.
- Schreiben Sie Ihr Resultat auf (1x pro Gruppe) evtl. mit Fragen, Kommentaren und geben Sie Ihre Namen an.
- Wenn Sie Themenwünsche oder Verbesserungsvorschläge haben, bitte ebenfalls notieren.
- Wenn Sie fertig sind, spätestens aber 30 min vor Schluss, geben Sie Ihr Ergebnis ab und diskutieren Sie in Ihrer Gruppe den ausgeteilten Lösungsvorschlag.

Aufgabe 1: n-Tupel und Mengen

Welche der folgenden Objekte sind gleich?

$\{1,2,3\}, (1,2,3), \{2,3,1\}, (2,3,1), \{1,2,1,3\}, (1,2,1,3), (1,2,3,0), \{\{1\},2,3\}, (1,1,1)+(0,1,2).$

Aufgabe 2: Konkretisierung und Veranschaulichung

1) Beschreiben Sie den Inhalt der folgenden Mengen umgangssprachlich:

$$M_m = \left\{ n \in \mathbb{N} \,\middle|\, \frac{n}{m} \notin \mathbb{N} \right\}, \qquad m \in \mathbb{N}.$$

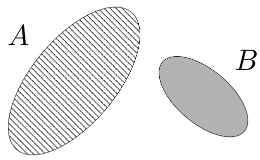
2) Veranschaulichen Sie folgende Situation auf dem Zahlenstrahl

$$(a < b) \ \wedge \ (b > c) \ \wedge \ (c < d)$$

Ist $a < d$ möglich? Muss $a < d$ sein?

Aufgabe 3: Bilder für Mengenbeziehungen

Beziehungen zwischen Mengen veranschaulicht man oft mit Teilmengen der Zeichenebene (selbst wenn die Mengen andere Objekte enthalten also z.B. Zahlen, Folgen, Vektoren, etc.). Typische Teilmengen A, B einer Menge M veranschaulicht man also so:



wobei man den Teil, der zur Menge gehört, durch Färbung bzw. Schraffierung hervorhebt. Natürlich können Teilmengen der Zeichenebene im Prinzip auch schrumpelig, spitz, dürr und unzusammenhängend sein – überlegen Sie immer, ob die von Ihnen gewählte Mengenform im betrachteten Zusammenhang allgemein genug ist.
Die relative Lage von zwei Mengen umfasst fünf Möglichkeiten: die Gleichheit, die echte Teilmengensituation (A echte Teilmenge von B oder umgekehrt) und die beiden Fälle, wo die Mengen teilweise bzw. gar nicht überlappen.

Zeichnen Sie die fünf Grundfälle sowie für jeden Fall die folgenden Mengen:

1. Die Schnittmenge $A \cap B := \{x \in M \,|\, x \in A \wedge x \in B\}$.
2. Die Vereinigungsmenge $A \cup B := \{x \in M \,|\, x \in A \vee x \in B\}$.
3. Die Differenzmenge $A \backslash B := \{x \in M \,|\, x \in A \wedge x \notin B\}$.
4. Die symmetrische Differenz $A \Delta B := (A \backslash B) \cup (B \backslash A)$
5. Das Komplement $A^c := M \backslash A$

Veranschaulichen Sie folgende Aussage $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$ indem Sie die Mengenoperationen links vom Gleichheitszeichen und getrennt davon die Mengenoperationen rechts veranschaulichen. Erhalten Sie das gleiche Bild. Wie ist es mit $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$?

Aufgabe 4: Fehler oder nicht?

Ist $a < b \Rightarrow a \leq b$ wahr oder falsch?

Was sagen Sie zu diesem Beweis: Sei $S = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + \dots$.
Dann gilt $S = 1 + 2(1 + 2 + 4 + 8 + \dots) = 1 + 2S$. Also folgt $S = -1$.