Universität Konstanz
FB Mathematik & Statistik
Prof. Dr. M. Junk
Dr. Z. Yang

Ausgabe: 25. 11. 2011

Abgabe : 02. 12. 2011
Zimmer : G414

Übungen zur Numerik hyper. Gl & kinet. Meth.

Blatt 03

Wir betrachten wieder das Verkehrsflussmodell von Blatt 1 mit der Entwicklungsgleichung für die Verkehrsdichte u,

$$\partial_t u(t,x) + \partial_x Q(u(t,x)) = 0, \quad Q(u) = u(1-u). \tag{1}$$

Aufgabe 1: Verwenden Sie die upwind- (2), Lax-Friedrich- sowie Lax-Wendroff-numerischen Flussfunktionen zur Diskretisierung der Gleichung (1).

$$g_{uw}(u,v) = \begin{cases} Q(u) & \text{falls } \frac{Q(u)-Q(v)}{u-v} > 0, \\ Q(v) & \text{sonst.} \end{cases} \tag{2}$$

Programmieren Sie die Verfahren. Zeichnen Sie die numerischen Lösungen sowie die exakten Lösungen (siehe Blatt 1e) bezüglich der Anfangswerte (3) und (4) für die räumliche Gitterweite $h = 1/100$ am Zeitpunkt $t = 0.2$ und 0.4.

$$u_0(x) = \begin{cases} 1 & x \le 0, \\ 1 - 10^6 x & 0 < x < 10^{-6}, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases} \tag{3}$$

und

$$u_0(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} & x \le 0, \\ \frac{1}{2}(1+x) & 0 < x < 1, \\ 1 & \text{sonst,} \end{cases} \tag{4}$$

Aufgabe 2: Nehmen Sie die Anfangswerte (3) und (4), skizzieren Sie jeweils mögliche schwache Lösungen der Gleichung (1) mit Hilfe der Methode der Charakteristiken. Zeigen Sie, wo der Schock oder die Verdünnungswelle entsteht und illustrieren Sie die physikalisch korrekte/inkorrekte schwache Lösung.

Aufgabe 3: Nehmen Sie den Anfangswert

$$u_0(x) = \begin{cases} 0 & x \le 0, \\ \sin(10\pi x) & 0 \le x \le 0.1, \\ 0 & 0.1 \le x \le 0.3 \\ 1 & 0.3 \le x \le 0.4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{5}$$

und wiederholen Sie die Aufgabe 1.