



Übungen zur Numerik hyper. Gl & kinet. Meth.

Blatt 05

Aufgabe 1:

a) Für die skalare Erhaltungsgleichung in zwei raumdimensionen

$$\partial_t u + \partial_x f(u) + \partial_y g(u) = 0, \quad u(0, x, y) = u_0(x, y), \quad (1)$$

erweitern Sie das gestaffelten Lax-Friedrichs-Verfahren (NT Verfahren) von Blatt 04 und leiten Sie den Algorithmus her (siehe Material: crash course page 13).

b) Verwenden Sie den oben hergeleiteten Algorithmus zur Lösung der Gleichung mit linearen Flussfunktionen,

$$f(u) = au, \quad g(u) = bu, \quad u_0(x, y) = \begin{cases} 1 & x \leq 0, y \leq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (2)$$

Betrachten Sie die numerische Lösung zum Zeitpunkt $t = 0.4$ und vergleichen Sie diese mit der exakten Lösung.

c) Verwenden Sie den Algorithmus zur Lösung der Gleichung mit einer nichtlinearen Flussfunktion,

$$f(u) = \frac{1}{2}u^2, \quad g(u) = bu, \quad u_0(x, y) = \begin{cases} 1 & x \leq 0, y \leq 0 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3)$$

Betrachten Sie die numerische Lösung zum Zeitpunkt $t = 0.4$.