

ÜBUNGEN ZU Numerische Verfahren der restringierten Optimierung

<http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/personen/volkwein/teaching/>

Blatt 4

Abgabe: 08.06.2011, 12:00 Uhr

Aufgabe 10 (Hausaufgabe)

(2 Punkte)

Gegeben die Fragestellung, finde den kürzesten euklidischen Abstand eines Punktes x_0 zu der Hyperebene $\{x \mid Ax = b\}$, wobei A vollen Zeilenrang hat. Formuliere dieses Problem als quadratisches Program in der Form (\mathbf{QP}_{Gl}) und leite das KKT System in der Form (3.2) her. Löse das System und gib x^* und λ^* explizit an. Weiters zeige, dass $|b - Ax_0|/\|A\|_2$ die kürzeste Distanz von x_0 zur Lösungsmenge von $Ax = b$ ist, für den speziellen Fall dass A ein Zeilenvektor ist.

Aufgabe 11

Berechne die Inverse der KKT-Matrix (3.1).

Aufgabe 12

Sei die Matrix A aus der Gleichungsbedingung gegeben als $[B|N]$, mit B invertierbar. Zeige, dass die Basismatrizen

$$Y = \begin{bmatrix} B^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad Z = \begin{bmatrix} -B^{-1}N \\ I \end{bmatrix}$$

linear unabhängig sind und die Voraussetzungen für die *null space method* erfüllen. Weiters sei $x = [x_B \ x_N]^T$. Schreibe das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & \sin(x_3 + x_4) + x_1^2 + \frac{1}{3}(x_5 + x_6^4 + x_2/2) \\ \text{u.d.N.} \quad & x_1 + 8x_3 - 6x_4 + 9x_5 + 4x_6 = 6 \\ & 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 + 6x_6 = -4 \end{aligned}$$

in reduzierter Form unter Verwendung der Matrizen Y und Z . Zeige zuerst, dass $x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N$ gilt.