Universität Konstanz *SS 11*
Fachbereich Mathematik und Statistik
S. Volkwein, O. Lass

ÜBUNGEN ZU **Numerische Verfahren der restringierten Optimierung**

http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/personen/volkwein/teaching/

Blatt 5 **Abgabe: 22.06.2011, 12:00 Uhr**

Aufgabe 13 (Hausaufgabe) (2 Punkte)

Sei $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$ gegeben und sei x^* Lösung des Projektionsproblems

$$\min \|x - \bar{x}\|^2 \quad \text{u.d.N.} \quad l \leq x \leq u.$$

Wir nehmen an dass $-\infty < l_i < u_i < \infty$ für alle $i = 1, 2, \ldots, n$. Zeige, dass die Lösung mit der Projektionsformel

$$P(x, l, u) = \begin{cases} l_i & \text{falls} \quad x_i < l_i \\ x_i & \text{falls} \quad x_i \in [l_i, u_i] \\ u_i & \text{falls} \quad x_i > u_i \end{cases}$$

übereistimmt und dass $x^* = P(\bar{x}, l, u)$ gilt.

Aufgabe 14

Leite die KKT Bedingung für folgendes convexes quadratisches Program mit gemischten Gleichungs- und Ungleichungsbedingungen her:

$$\min q(x) = \frac{1}{2} x^\top Q x + x^\top d \quad \text{u.d.N.} \quad Ax \geq b,\ \bar{A}x = \bar{b}$$

wobei Q symmetrisch und positiv semi-definit ist. Weiters modifiziere das Innere-Punkte Verfahren aus der Vorlesung um dieses Problem zu lösen.

Aufgabe 15

Wir betrachten das quadratische Optimierungsproblem

$$\min f(x) = \frac{1}{2} x^\top Q x + x^\top d + c$$

mit symmetrischer und positiv dfiniter Martix $Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Es bezeichne x^* das Minimum von f. Wir definieren die Energienorm als $\|x\|_Q := (x^\top Q x)^{1/2}$. Zeige:

1. $\|\cdot\|_Q$ ist tatsächlich eine Norm.
2. Es gilt $f(x) = \frac{1}{2}\|x - x^*\|_Q^2 + f(x^*)$ bzw. $\|x - x^*\|_Q^2 = 2[f(x) - f(x^*)]$.