Universität Konstanz *SS 11*
Fachbereich Mathematik und Statistik
S. Volkwein, O. Lass

Übungen zu **Numerische Verfahren der restringierten Optimierung**

http://www.math.uni-konstanz.de/numerik/personen/volkwein/teaching/

Blatt 6 **Abgabe: 06.07.2011, 12:00 Uhr**

Aufgabe 16 (Hausaufgabe) (2 Punkte)

Gegeben sei das Problem

$$\min_{x\in\mathbb{R}^2} -x_1 - x_2 \quad \text{u.d.N.} \quad g(x) := -x \leq 0,\ e(x) := x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0. \tag{1}$$

a) Skizziere den zulässigen Bereich und die Höhenlinien der Zielfunktion.

b) Bestimme die Lösung von (1) und die zugehörigen Lagrange-Multiplikatoren.

c) Sei nun $x^k = (-1/2, -1/2)^\top$. Skizziere die Nebenbedingungen des SQP-Teilproblems und zeige, dass der zulässige Bereich des Teilproblems leer ist.

Aufgabe 17

Beweise folgende Aussage:

Sei f und h zweimal stetig differenzierbar und (x^*, λ^*) erfüllt

a) $\nabla e_1(x^*), \ldots, \nabla e_m(x^*)$ sind linear unabhängig

b) $s^\top \nabla_{xx} L(x^*, \lambda^*) s > 0$ gilt für alle $s \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$ mit $A(x^*)s = 0$

Dann ist $F'(x^*, \lambda^*)$ regulär, mit

$$F'(x, \lambda) = \begin{pmatrix} \nabla^2_{xx} L(x, \lambda) & A^\top(x) \\ A(x) & 0 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 18

Betrachte das gleichungsrestringierte Optimierungsproblem

$$\min f(x) \quad \text{u.d.N.} \quad e(x) = 0, \tag{2}$$

wobei f und e C^2-Funktionen seien. Die sogenannte erweiterte Lagrangefunktion ist für (2) definiert als

$$L_\alpha(x, \lambda) := f(x) + \lambda^\top e(x) + \frac{\alpha}{2}\|e(x)\|^2,$$

wobei $\alpha \geq 0$. Betrachte das Beispiel $f(x) = -x_1 x_2^2$ und $e(x) = x_1^2 + x_2^2 - 1$. Bestimme diejenigen KKT-Paare (x^*, λ^*), welche die hinreichende Bedingung 2. Ordnung erfüllen und zeige, dass diese für hinreichend große α auch

$$\nabla L_\alpha(x, \lambda) = 0 \quad \text{und} \quad \nabla_{xx} L_\alpha(x, \lambda) \quad \text{positiv definit}$$

erfüllen.