Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

21. Juli 2017

Klausur zu **Computereinsatz in der Mathematik**

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihre Matrikelnummer auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Blatt. Die Angabe des Names erfolgt freiwillig.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	Aufg. 6	gesamt	Note
Punkte	6	6	4	5	5	4	30	-
erreicht								

Aufgabe 1: (6 Punkte)

Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt. Die Nummerierung und das Referieren sollen automatisch erfolgen.

1 Nullstellenverfahren

1.1 Das Newton-Verfahren

1.1.1 Die Iterationsvorschrift

Es sei $f \in C^2[a,b]$ und $x_0 \in [a,b]$. Die Iterationsvorschrift

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \ , \ \ i = 0, 1, 2, \ldots \tag{1}$$

heißt **Newton-Verfahren**.

1.1.2 Herleitung

Die *Taylor-Entwicklung* bildet die theoretische Grundlage für die Formel (1). Sei $f \in C^{n+1}[a,b]$ und $t_0 \in [a,b]$. Dann gilt

$$f(t) = \sum_{k=0}^{n} \frac{f^{(k)}(t_0)}{k!}(t-t_0)^k + \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!}(t-t_0)^{n+1}$$

mit einem Zwischenwert ξ.

1.2 Das Bisektionsverfahren

1.3 Das Sekantenverfahren

Aufgabe 2: (6 Punkte)

a) Welches Ergebnis liefert die folgende **Matlab**-Sequenz?

```
for i = 1:3
    for k = 1:4
        A(i,k) = k/i + 1
    end
end
```

b) Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

```
D = [1 2 4; -1 0 -6; -3 1 5];
B = diag(diag(D),-1)
C = D - 2.*eye(3,3)
[u,v] = max(abs(D(:,3)))
D ~= D.^2
```

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Die folgende Tabelle enthält die Ergebnisse der letzten Bundestagswahlen

	SPD	CDU/CSU	Grüne	FDP	Linke	Sonstige
2005	34.2	35.2	8.1	9.8	8.7	3.9
2009	23.0	33.8	10.7	14.6	11.9	6.0
2013	25.7	41.5	8.4	4.8	8.6	10.9

bitte wenden

Erstellen Sie ein Matlab-Programm, das ein Schaubild mit den folgenden 4 Unterbildern erzeugt:
Die ersten drei Unterbilder enthalten die Ergebnisse der Wahlen 2005, 2009 und 2013 als Kuchendiagramm.
Unterbild 4 enthält die Veränderungen der Wahl von 2013 gegenüber der Wahl von 2009 als Balkendiagramm.
Alle Unterbilder sollen eine passende Überschrift tragen.

Aufgabe 4: (5 Punkte)
Es sei $f\;:\;[a,b]\to\mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zu jedem $N\in\mathbb{N}$ liefert die Mittelpunktsregel

$$\frac{b-a}{N}\sum_{j=1}^{N} f\Big(a+\tfrac{2j-1}{2N}(b-a)\Big)$$

einen Näherungswert für das Integral $\int_a^b f(x)\,dx$.

a) Erstellen Sie eine Matlab-Funktion `mittelpunkt(f,a,b,N)` für diese Mittelpunktsregel.

b) Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches unter Verwendung der Funktion `mittelpunkt` aus a) für $N=2^k,\;k=2,\ldots,10$ Näherungswerte für das Integral $\int\limits_{-2}^{2}\exp(-x^2)\,dx$ berechnet und in übersichtlicher Form in die Datei `Aufgabe4.aus` schreibt.

Aufgabe 5: (5 Punkte)
a) Gegeben sei die Gleichung $ax^2+bx+c=0$ mit $a\neq 0,\; c\neq 0$ und $b^2-4ac>0$. Für jede Lösung gibt es zwei Formeln:

$$\text{1. Lösung:}\qquad x_1 := \frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b+\sqrt{b^2-4ac}} =: y_1 \quad ,$$

$$\text{2. Lösung:}\qquad x_2 := \frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b-\sqrt{b^2-4ac}} =: y_2 \quad .$$

Welche Formeln sollte man bei der Berechnung (mit dem Computer) der Lösungen von $x^2+1000000x+1=0$ verwenden (mit Begründung)?

b) Rechnen Sie die Dezimalzahl 2017 um in das Hexadezimalsystem (normalisierte Darstellung).

Aufgabe 6: (4 Punkte)
a) Berechnen Sie mit **Maple**

(1) alle Lösungen von

$$\begin{aligned} 16x^4+16y^4+z^4 &= 16\\ \ln(x^2+y^2+z^2) &= 2\\ x-y^2 &= 0 \end{aligned}$$

Geben Sie die Lösungen als numerische Zahlen aus.

(2) die 3. Ableitung von $f(x)=\sin\left(\sqrt{3x^4+5}\right)$

b) Welches Ergebnis liefert das folgende **Maple**-Kommando?

```
sum(2^i/product(j,j=1..i),i=0..infinity)
```