**Universität Konstanz**

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

16. Okt. 2018

# Nachklausur zu Computereinsatz in der Mathematik

| Name | Vorname | Matrikel-Nr. | Studiengang |
|---|---|---|---|
| | | | |

## Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **sechs** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihre Matrikelnummer auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Blatt. Die Angabe des Names erfolgt freiwillig.
4. Schreiben Sie **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** Vorher abgegebener Spickzettel (1 Seite DIN A 4), welcher dieser Klausur beiliegt. Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **60 Minuten**.
7. Zum Bestehen sind mindestens 15 Punkte erforderlich.

**Viel Erfolg!**

## Korrektur

| | Aufg. 1 | Aufg. 2 | Aufg. 3 | Aufg. 4 | Aufg. 5 | Aufg. 6 | gesamt | Note |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Punkte | 6 | 5 | 4 | 6 | 5 | 4 | 30 | - |
| erreicht | | | | | | | | |

Aufgabe 1: (6 Punkte)

**a)** Welchen Ausdruck erzeugt die folgende Latex-Sequenz?

```
Gestaffelte lineare Gleichungssysteme $A x = b$ mit einer unteren Dreiecksmatrix
\[
   A  =
   \left(
   \begin{array}{cccc}
      a_{11} & 0 & \cdots & 0 \\
      \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\
      \vdots &  & \ddots & 0 \\
      a_{n1} & \cdots & \cdots & a_{nn}
   \end{array}
   \right)
\]
werden durch {\bf Vorwärtsauflösen} gelöst:
\[
   x_k = \frac{b_k - a_{k1}x_1 - \cdots - a_{k,k-1}x_{k-1}}{a_{kk}}
      \hspace{1em} (k=1,\ldots,n) .
\]
```

**b)** Erstellen Sie ein Latex-Programm (ohne Präambel), das den folgenden Ausdruck erzeugt:

Es sei $h(x,y) = \ln\big(9 - x^2 - (y-1)^2\big)$. Diese Funktion hat den Definitionsbereich

$$\mathbb{D} = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ \sqrt{x^2 + (y-1)^2} < 3\Big\}.$$

Für die partielle Ableitung nach $y$ erhalten wir

$$\frac{\partial}{\partial y} h(x,y) = \frac{2(1-y)}{9 - x^2 - (y-1)^2}.$$

Aufgabe 2: (5 Punkte)

**a)** Welche Ergebnisse (auf dem Bildschirm) liefern die folgenden **Matlab**-Befehle?

```
X = [1 0 2; -3 1 0; 0 0 -4];
C = (X^2 == X.^2)
B = sum(abs(X))
D = diag(diag(X))
```

**b)** Gegeben sei die Funktion

$$f(t) \ = \ \frac{10}{1 + \exp(5-t)} \ .$$

Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches im Intervall $[0, 10]$ die Funktion $f(t)$ und ihre Umkehrfunktion $f^{-1}(t)$ in ein Schaubild zeichnet.

Aufgabe 3: (4 Punkte)

Was leistet das folgende Matlab-Programm?

```
function w = unbekannt
   z = randperm(6);
   w = z(1);

h=zeros(1,6);
for k=1:100
   i = unbekannt;
   h(i) = h(i)+1;
end;
pie(h,{'1','2','3','4','5','6'});
```

*bitte wenden*

Aufgabe 4: (6 Punkte)

Es sei $A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ eine $n \times n$ - Matrix. Dann werden durch

$$N_E(A) := \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} | a_{ij} |^2}$$

$$N_Z(A) := \max_{i=1,\dots,n} \left\{ \sum_{k=1}^{n} | a_{ik} | \right\}$$

zwei Normen definiert.

**a)** Erstellen Sie zwei Matlab-Funktionen für diese Normen.

**b)** Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches über den Bildschirm eine natürliche Zahl $n$ einliest, dann die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n-1} \end{pmatrix}$$

belegt und unter Verwendung der Funktionen aus a) die beiden Normen $N_E(A)$ und $N_Z(A)$ berechnet (Ausgabe auf dem Bildschirm).

Aufgabe 5: (5 Punkte)

**a)** Gegeben sei die Gleichung $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a \neq 0$, $c \neq 0$ und $b^2 - 4ac > 0$. Für jede Lösung gibt es zwei Formeln:

1. Lösung: $$x_1 := \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b + \sqrt{b^2 - 4ac}} =: y_1 \quad ,$$

2. Lösung: $$x_2 := \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2c}{b - \sqrt{b^2 - 4ac}} =: y_2 \quad .$$

Welche Formeln sollte man bei der Berechnung (mit dem Computer) der Lösungen von $x^2 - 1000000x + 1 = 0$ verwenden (mit Begründung)?

**b)** Gegeben sei das Polynom $p(x) = x^4 - 7x + 2$ . Bestimmen Sie mit dem vollständigen Horner-schema die Taylor-Entwicklung von $p(x)$ an der Stelle $x_0 = 1$ .

Aufgabe 6: (4 Punkte)

**a)** Berechnen Sie mit **Maple**

(1) die partielle Ableitung $h_{xy}(x,y)$ von $h(x,y) = \ln\left(2 + x^2 + (y-1)^2\right)$ ,

(2) die Summe $$\sum_{k=1}^{9} \binom{10}{k} (-1)^k \ .$$

**b)** Welches Ergebnis liefert die folgende **Maple**-Sequenz?

```
f := x -> cos(2*x+1)
Int(f(x),x) = int(f(x),x)
```