

Übungen zur **Mathematik für Biologen und Sportwissenschaftler****Blatt 4****Aufgabe 13** (schriftlich)

a) Sei $f(x) = x^2 + 1$ und $g(x) = \frac{1}{x^2+1}$. Bestimmen Sie $f \cdot g$, $f \circ g$ und $g \circ f$.

b) Es sei $h(x) = |x - 1|$. Skizzieren Sie die Funktionen h , $h \circ h$ und $h \circ h \circ h$ im Intervall $[-2, 4]$.

c) Es sei

$$g : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = \frac{4}{3x^2 + 1}.$$

Zeigen Sie, dass g streng monoton fallend ist (ohne Verwendung von Ableitungen). Geben Sie auch den Wertebereich \mathbb{W} von g an.

Aufgabe 14 (schriftlich)

a) Geben Sie eine Funktion p der Form

$$p(x) = x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

an, welche als Nullstellen genau die Werte $x_1 = -4$, $x_2 = -1$, $x_3 = 1$, $x_4 = 4$ hat.

b) Es sei $q(x) = x^5 - 2x^4 - 5x^3 + 8x^2 + 4x$. Zeigen Sie, dass $x_1 = 2$ und $x_2 = -2$ Nullstellen von $q(x)$ sind. Bestimmen Sie die weiteren Nullstellen.

Aufgabe 15 (mündlich)

Gegeben sei die Funktion $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(1) = 1$, $f(2) = \sqrt{3}$, $f(3) = \sqrt{2}$, $f(4) = 2$.

- a) Ist diese Funktion:
- (1) streng monoton wachsend,
 - (2) streng monoton fallend,
 - (3) injektiv,
 - (4) surjektiv,
 - (5) bijektiv?

b) Geben Sie den Wertebereich \mathbb{W} von f an. Ist $f : \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{W}$ umkehrbar? Falls ja, so geben Sie die Umkehrfunktion an.

Aufgabe 16 (mündlich)

Wir betrachten die Funktion

$$f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = -x^2 + 2x - 3$$

- a) Skizzieren Sie f und zeigen Sie, dass die Funktion im Intervall $[0, 3]$ nicht streng monoton ist.
- b) Geben Sie die maximalen Teilintervalle an, auf denen f streng monoton ist.
- c) Bestimmen Sie auf diesen maximalen Teilintervallen die Umkehrfunktion f^{-1} und deren Wertebereich.

Besprechung: ab 19. November 2018 in den Übungen.