Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2018/19

Dr. E. Luik

Übungen zur **Mathematik für Biologen und Sportwissenschaftler**

Blatt 5

Aufgabe 17 (schriftlich)

a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich der folgenden Funktionen an:

$$f(t) = \sqrt{t^3 - t} - |t|$$
$$g(t) = \sqrt{t^2 - 1} + \frac{1}{\sqrt{4-t^2}}$$

b) Die Funktion r sei gegeben durch

$$r(x) \;=\; \frac{(x^2+26x+169)^3(2x^2-1)}{(x^4-4)(x+1)^3(x-10^8)}$$

Geben Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion r an und bestimmen Sie ihre Nullstellen sowie ihren Grenzwert für $x \to \infty$.

c) Geben Sie jeweils ein Polynom p an, welches folgende Eigenschaft besitzt:

(1) $p(t) = p(-t), t \in \mathbb{R}$ und p hat den Grad 4,

(2) $p(t) = -p(-t), t \in \mathbb{R}$ und p hat den Grad 5.

Aufgabe 18 (schriftlich)

a) Geben Sie den maximalen Definitionsbereich der folgenden Funktionen an und bestimmen Sie den Grenzwert für $x \to \infty$.

$$f(x) = \frac{5x^4 - 3x^2 + 6}{2(x+1)^4 + 3}, \quad g(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+3}, \quad h(x) = \frac{\sum\limits_{i=0}^{N} \binom{N}{i}(2x)^{N-i}}{(x-3)^N}$$

b) Wie sind $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N}$ zu wählen, damit gilt

$$\lim_{x\to\infty} \frac{(x-1)^n}{(1-ax^2)^2} = \frac{1}{2}$$

Aufgabe 19 (mündlich)

a) Geben Sie jeweils eine rationale Funktion $r(t)$ an mit folgender Eigenschaft:

(1) r ist auf ganz $\mathbb{R}$ definiert und der Nennergrad ist 2,

(2) r hat bei $t_1 = 2$, $t_2 = 4$ eine Polstelle und bei $t_3 = -1$, $t_4 = 1$ eine Nullstelle,

(3) r hat den Zählergrad 3 und sättigt bei 5 für $t \to \infty$.

b) Zeigen Sie, dass die Umkehrfunktion einer streng monoton wachsenden Funktion ebenfalls streng monoton wachsend ist.

Aufgabe 20 (mündlich)

a) Gegeben sei die Funktion $h(x, y) = \sqrt{9 - (x-1)^2 - (y+1)^2}$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}$ sowie den Wertebereich $\mathbb{W}$ von h. Skizzieren Sie $\mathbb{D}$ und die Höhenlinien von h zum Niveau $c = \sqrt{8}$, $c = \sqrt{5}$ und $c = 0$.

b) Skizzieren Sie die folgenden Kurven. Geben Sie jeweils den Anfangs- und Endpunkt an.

$$C_1 \;:\; r_1 : [-3, 5] \to \mathbb{R}^2, r_1(t) = (2 - |t|, t)$$
$$C_2 \;:\; r_2 : [-3, 5] \to \mathbb{R}^2, r_2(t) = (|2 - t|, t)$$

Besprechung: ab 26. November 2018 in den Übungen.