Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

26. Februar 2016

Klausur zur Mathematik

für Biologen und Sportwissenschaftler

Name	**Vorname**	**Matrikel-Nr.**	**Studiengang**

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **fünf** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden. Das Aufgabenblatt muss wieder abgegeben werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Blatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie die Lösungen **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** 1 handgeschriebenes Blatt (DIN A 4) mit eigenen Notizen (keine Kopien, keine Verkleinerungen). Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **90 Minuten.**
7. Zum Bestehen sind mindestens 18 Punkte erforderlich (ohne Bonuspunkte).

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	gesamt	Bonus	total	Note
Punkte	8	9	9	10	9	45	5	50	
erreicht									

bitte wenden

Aufgabe 1: (8 Punkte)

a) Berechnen Sie $\sum_{k=4}^{24}\left(\sqrt{k+1}-\sqrt{k}\right)$ und $\prod_{l=2}^{4}\left(\sum_{k=1}^{l} k\right)$.

b) Vereinfachen Sie $\dfrac{\ln(32)-\ln(4)}{\ln(16)-\ln(8)}$.

c) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim_{x\to\infty}\dfrac{(2x+1)^3(1-x)}{x^4+12x^2-128}$ und $\lim_{x\to\infty}\exp(-x^2)$.

Aufgabe 2: (9 Punkte)

a) Es sei $f(t) = \alpha\cdot e^{\lambda t}$. Bestimmen Sie $\alpha,\ \lambda\in\mathbb{R}$ so, dass $f(0)=2$ und $f(2)=\dfrac{2}{e}$ gilt.

b) Gegeben sei die Funktion $g(t)=\ln\left((t-1)^2+2\right)$.

(1) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und den Wertebereich von g.

(2) Ist g injektiv auf dem maximalen Definitionsbereich (mit Begründung)?

(3) Besitzt g eine Umkehrfunktion (mit Begründung)? Falls ja, so berechnen Sie diese.

(4) Bestimmen Sie alle Lösungen von $g(t)=2$.

Aufgabe 3: (9 Punkte)

a) Bestimmen Sie die analytische Lösung der Anfangswertaufgabe

$$\dot{x} = -(x-1)^2 t\,,\ \ x(0)=2\,.$$

b) Berechnen Sie $\displaystyle\int_0^1 x^2\exp(-2x)\,dx$.

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Gegeben sei die Evolutionsgleichung $\dot{x}=f(x)$ mit

$$f(x)=x^4-4x^3+3x^2 \quad .$$

a) Skizzieren Sie die Funktion $f(x)$ im Intervall $[-1,4]$.

b) Geben Sie die stationären Punkte und deren Stabilität an.

c) Geben Sie alle α an, für welche die bei $x(0)=\alpha$ gestartete Lösung streng monoton fallend ist.

d) Skizzieren Sie (in einem Zeitbild) die bei $x(0)=1$ bzw. bei $x(0)=-1$ gestartete Lösungen.

Aufgabe 5: (9 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $h(x,y) = \sqrt{9-x^2-(y+1)^2}$.

a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $\mathbb{D}$ und den Wertebereich $\mathbb{W}$ von h. Skizzieren Sie $\mathbb{D}$.

b) Zeichnen Sie in die Skizze aus a) die Höhenlinie von h zum Niveau $c=\sqrt{5}$.

c) Berechnen Sie den Gradienten von h und die zweite partielle Ableitung $h_{xy}(x,y)$.

d) Bestimmen Sie zu $h(x,y)$ das Taylor-Polynom vom Grad 1 an der Stelle $(\bar{x},\bar{y})=(1,1)$.