Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

Dr. E. Luik

4. April 2016

Nachklausur zur Mathematik
für Biologen und Sportwissenschaftler

Name	Vorname	Matrikel-Nr.	Studiengang

Allgemeine Richtlinien:

1. Diese Klausur beinhaltet **fünf** verschiedene Aufgaben (Rückseite beachten). Kontrollieren Sie Ihr Exemplar, ein Austauschexemplar kann Ihnen sofort ausgehändigt werden. Das Aufgabenblatt muss wieder abgegeben werden.
2. Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues Blatt.
3. Schreiben Sie Ihren Namen auf dieses Deckblatt und auf jedes einzelne Blatt. Ihre Matrikelnummer muss auf dem Deckblatt erscheinen.
4. Schreiben Sie die Lösungen **mit Tinte oder Kugelschreiber**.
5. **Zugelassene Hilfsmittel:** 1 handgeschriebenes Blatt (DIN A 4) mit eigenen Notizen (keine Kopien, keine Verkleinerungen). Alle anderen Hilfsmittel sind verboten und führen zum Ausschluss von der Klausur.
6. Die Klausur dauert **90 Minuten.**
7. Zum Bestehen sind mindestens 18 Punkte erforderlich (ohne Bonuspunkte).
8. Bonuspunkte gibt es nur für den 1. Versuch.

Viel Erfolg!

Korrektur

	Aufg. 1	Aufg. 2	Aufg. 3	Aufg. 4	Aufg. 5	gesamt	Bonus	total	Note
Punkte	8	8	9	10	10	45	5	50	
erreicht									

bitte wenden

Aufgabe 1: (8 Punkte)

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, 9 unterscheidbare Kugeln auf 3 Töpfe so zu verteilen, dass in den 1. Topf 4 Kugeln, in den 2. Topf 2 Kugeln und in den 3. Topf 3 Kugeln kommen?

b) Berechnen Sie $\sum_{k=2}^{8} \binom{8}{k} 3^k (-1)^{8-k}$ und $\prod_{l=0}^{13} 2l$.

c) Bestimmen Sie alle Lösungen von $\ln(|x|)(x^2-9)(x^2+4x+4)=0$.

Aufgabe 2: (8 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x)=\exp(-\sqrt{3x-1})$.

a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich und den Wertebereich von f.

b) Gibt es ein $u \in \mathbb{R}$ mit $f(u)=1$? Falls ja, so geben Sie ein solches u an.

c) Untersuchen Sie f auf strenge Monotonie.

d) Berechnen Sie die Umkehrfunktion zu f.

Aufgabe 3: (9 Punkte)

a) Ist $x(t)=\frac{1}{2}t^2$ eine Lösung von $\dot{x}=x$ (mit Begründung)?

b) Berechnen Sie einen analytischen Ausdruck für die Lösung von

$$\dot{x} \; = \; -3(x-1)(x-2), \; x(0)=3 \, .$$

Aufgabe 4: (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $f(x) \; = \; (x^2-4x+4)(x^2-6x+5)$.

a) Erstellen Sie im Intervall $[0,6]$ ein qualitatives Schaubild von $f(x)$.

b) Vorgelegt sei nun die Differentialgleichung $\dot{x} \; = \; f(x)$ (mit obigem $f(x)$).

(1) Bestimmen Sie alle stationären Punkte und deren Stabilitätsverhalten.

(2) Zeichnen Sie qualitativ die Lösungen dieser Differentialgleichung zu den Anfangswerten $x(0)=4.8$ bzw. $x(0)=1$ in ein Schaubild.

(3) Gibt es einen Anfangswert $x(0)=\alpha$, so dass die Lösung streng monoton wachsend ist und im Langzeitverhalten gegen 1 geht? Falls ja, so geben Sie ein solches α an.

(4) Bestimmen Sie alle Anfangswerte, die zu einer streng monoton fallenden Lösung führen.

Aufgabe 5: (10 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $h(x,y,z) \; = \; \sqrt{x^4+y^2+z^6+1}$.

a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich $\mathbb{D}$ und den Wertebereich $\mathbb{W}$ von h.

b) Ermitteln Sie den Gradienten von h.

c) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 1 zu $h(x,y,z)$ an der Stelle $(1,1,1)$.

d) Es sei nun $f(y)=h(1,y,-1)$. Berechnen Sie das Taylor-Polynom vom Grad 2 zu $f(y)$ an der Stelle -1.