

Übungen zur **Mathematik für Biologen und Sportwissenschaftler**Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Differentialgleichungen**

- (1) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$\sqrt{t^2 + 3} \dot{x} = \exp(-x) 2t, \quad x(1) = 0.$$

- (2) Lösen Sie die Anfangswertaufgabe

$$x\dot{x} = \frac{1}{t+5}, \quad x(-4) = -3.$$

- (3) Bestimmen Sie einen analytischen Ausdruck für die Lösungen von

$$\dot{x} = (x+1)^2, \quad x(0) = 2$$

Für welche $t > 0$ existiert die Lösung?

- (4) Gegeben sei die Differentialgleichung
- $\dot{x} = f(x)$
- mit
- $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$
- .

a) Fertigen Sie ein qualitatives Schaubild von f an.

b) Bestimmen Sie alle stationären Punkte und deren Stabilitätsverhalten.

c) Geben Sie alle Anfangswerte an, die zu einer streng monoton wachsenden Lösung **mit Wendepunkt** führen.

- (5) Gegeben sei die Evolutionsgleichung
- $\dot{x} = f(x)$
- mit

$$f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x.$$

a) Skizzieren Sie die Funktion $f(x)$ im Intervall $[-1, 3]$.

b) Geben Sie die stationären Punkte und deren Stabilität an.

c) Beschreiben Sie die bei $x(0) = 2$ gestartete Lösung.d) Beschreiben Sie die bei $x(0) = -1$ gestartete Lösung.e) Geben Sie alle α an, für welche die bei $x(0) = \alpha$ gestartete Lösung streng monoton fallend ist **und** einen Wendepunkt besitzt.

- (6) Ist
- $x(t) = \frac{1}{2}t^2 + t$
- eine Lösung von
- $\dot{x} = x + 1$
- (mit Begründung)?

- (7) Gegeben sei die Evolutionsgleichung
- $\dot{x} = f(x)$
- mit

$$f(x) = (x-1)^2(4-x^2).$$

a) Skizzieren Sie die Funktion $f(x)$ im Intervall $[-3, 3]$.

b) Geben Sie die stationären Punkte und deren Stabilität an.

c) Gibt es eine **streng monoton fallende** Lösung, welche im Langzeitverhalten gegen 2 strebt? Falls ja, so geben Sie einen geeigneten Startwert an.d) Beschreiben Sie die bei $x(0) = 1$ gestartete Lösung.

- (8) Bestimmen Sie die analytische Lösung von
- $\dot{x} = -(x-1)^2 t^2$
- ,
- $x(0) = 2$
- .