Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

WS 2018/19

Dr. E. Luik

Übungen zur **Mathematik für Biologen und Sportwissenschaftler**

Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Differentialgleichungen**

Lösungen

(1) $x(t) = \ln\left(2\sqrt{t^2+3} - 3\right)$

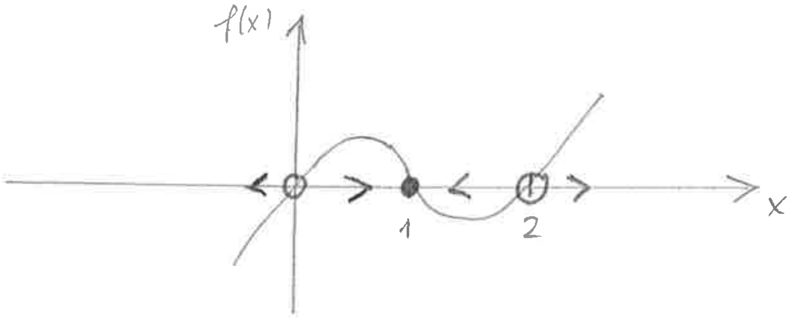
(2) $x(t) = -\sqrt{2\ln(t+5)+9}$

(3) $x(t) = \dfrac{2+3t}{1-3t}$

Diese Lösung existiert für $t < \frac{1}{3}$.

(4) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-1)(x-2)$

a)

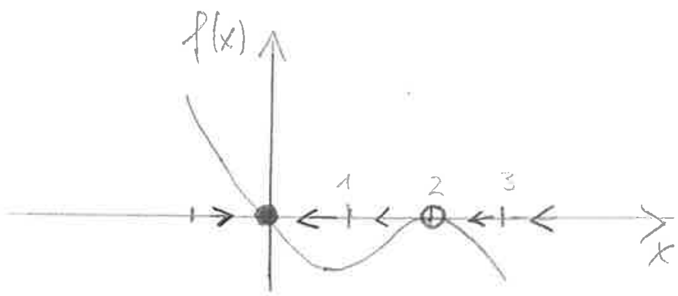


b) Stationäre Punkte: $x_1 = 0$: instabil, $x_2 = 1$: stabil, $x_3 = 2$: instabil.

c) $x(0) \in \left(0, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ liefert eine streng monoton wachsende Lösung mit Wendepunkt.

(5) $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x = -x(x-2)^2$.

a)



b) Stationäre Punkte: $x_1 = 0$: stabil, $x_2 = 2$: instabil.

c) Die bei $x(0) = 2$ gestartete Lösung ist konstant: $x(t) = 2$ für alle $t \in \mathbb{R}$.

d) Diese Lösung ist streng monoton fallend und konvergiert im Langzeitverhalten gegen 0.

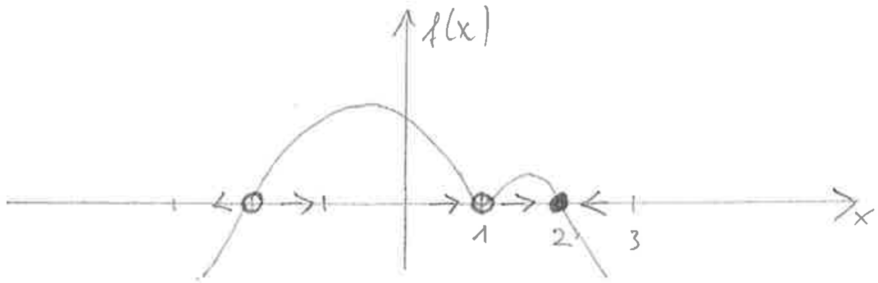
e) $\alpha \in \left(\frac{2}{3}, 2\right)$

(6) Ist **keine** Lösung; da $\dot{x}(t) = 2t + 1 \neq x(t) + 1 = \frac{1}{2}t^2 + t + 1$

bitte wenden

(7) $f(x) = (x-1)^2(4-x^2) = -(x-1)^2(x-2)(x+2)$

a)



b) Stationäre Punkte: $x_1 = -2$: instabil, $x_2 = 1$: instabil, $x_3 = 2$: stabil.

c) Ja, jede oberhalb von 2 gestartete Lösung erfüllt die Forderungen, z.B. $x(0) = 3$.

d) Hier ist die Lösung $x(t) = 1$ für alle t, da $x_1 = 1$ ein stationärer Punkt ist.

$$(8) \qquad x(t) = \frac{t^3+6}{t^3+3}$$