

Übungen zur **Mathematik für Biologen und Sportwissenschaftler**Freiwillige Zusatzaufgaben zur **Kombinatorik**

(1) Es seien $a_0 = 3$ und $a_n = \frac{2a_{n-1}}{n}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Berechnen Sie $\sum_{k=2}^5 a_k$.

(2) Berechnen Sie $\sum_{i=1}^7 \binom{9}{i} 2^3$, $\sum_{i=0}^9 \binom{10}{i} 5^{i+1} (-3)^{9-i}$, $\sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \frac{1}{2^{2k}}$, $\sum_{k=0}^{10} \frac{1}{2^{k+2}}$.

(3) Berechnen Sie

$$\sum_{i=1}^{10} \prod_{l=1}^{10} 2, \quad \prod_{k=2}^4 \sum_{j=0}^k (4-j), \quad \prod_{k=1}^4 \prod_{j=1}^k 2^{-j}.$$

(4) Vereinfachen Sie $\binom{N}{N_1} \binom{N_2 + N_3 + N_4}{N_2} \binom{N_3 + N_4}{N_3}$ mit $N_1 + N_2 + N_3 + N_4 = N$.

(5) a) Berechnen Sie

$$\sum_{i=1}^{20} (2i+1), \quad \sum_{i=1}^n (2i+1), \quad \sum_{k=4}^{24} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}).$$

b) Bestimmen Sie $N \in \mathbb{N}$ derart, dass gilt

$$\sum_{i=0}^{N-1} \binom{N}{i} = 511.$$

(6) 30 Kugeln sollen in drei verschiedenen Situationen auf fünf Töpfe verteilt werden.

(a) Jeder Topf erhält gleich viele Kugeln.

(b) Topf eins erhält eine Kugel, Topf zwei erhält 8 Kugeln und die restlichen Töpfe erhalten je 7 Kugeln.

(c) Topf eins erhält 2 Kugeln, Topf zwei erhält 4 Kugeln, Topf drei erhält 6 Kugeln, Topf vier erhält 8 Kugeln und Topf fünf erhält 10 Kugeln.

Geben Sie in jeder der drei Situationen an, auf wie viele verschiedene Arten die Kugeln auf die Töpfe verteilt werden können.

(7) Schreiben Sie folgende Summen in der Form $\sum_{n=x}^y a_n$ und berechnen Sie diese anschließend:

$$A = 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + 100,$$

$$B = 4 + 9 + 16 + 25 + \dots + 625,$$

$$C = 4 + 8 + 16 + 32 + \dots + 256.$$