



Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 6

Aufgabe 11 (schriftlich)

Welche der folgenden Abbildungen sind **linear, injektiv, surjektiv**?

a) $\varphi_1 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \left\langle \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle$ (Skalarprodukt)

b) $\varphi_2 : \mathbb{C}^3 \rightarrow \mathbb{C}^{3 \times 3}, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ (Matrixprodukt)

c) $\varphi_3 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto |z|$

d) $\varphi_4 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x+z \\ y+z \end{pmatrix}$

e) $\varphi_5 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{C}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x+z \\ y+z \end{pmatrix}$

f) $\varphi_6 : \mathbb{C}^2 \rightarrow \mathbb{C}^2, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x+i \\ y-i \end{pmatrix}$

Aufgabe 12 (schriftlich)

Gegeben sei die lineare Abbildung

$$\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3, \varphi(x, y, z) = \begin{pmatrix} 2x + 3y \\ x - z \\ -x + 3y + 3z \end{pmatrix} \text{ und } \mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}.$$

a) Ist φ injektiv (mit Begründung)?

b) Welche Matrixdarstellung besitzt φ bzgl. der natürlichen Basis \mathcal{N} im Urbildraum und der Basis \mathcal{A} im Zielraum?

c) Finden Sie ein $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$, welches bezüglich φ kein Urbild besitzt.

Besprechung: ab 3. Juni 2019 in den Übungen.