



Mathematik II

für die Studiengänge Chemie, Life Science und Nanoscience

Blatt 7

Aufgabe 13 (schriftlich)

Es sei $\mathcal{A} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ und $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$.

- Zeigen Sie, dass \mathcal{A} eine Basis von \mathbb{R}^3 und \mathcal{B} eine Basis von \mathbb{R}^2 ist.
- Die lineare Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ hat bezüglich dieser Basen die Matrixdarstellung $\varphi \stackrel{\mathcal{A}, \mathcal{B}}{=} \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.
Welche Matrixdarstellung hat φ bezüglich der natürlichen Basen des \mathbb{R}^3 bzw. \mathbb{R}^2 ?
- Ist φ injektiv (mit Begründung)?

Aufgabe 14 (schriftlich)

- Ermitteln Sie die Drehmatrix D_α , welche die Gerade $G_1 = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ in die Gerade $G_2 = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$ überführt.
- Es seien $\varphi : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\varphi(x, y) = \begin{pmatrix} x + y \\ 2x - 3y \\ 5y \end{pmatrix}$ und $\mathcal{B} = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} \right\}$.
 - Welche Matrixdarstellung besitzt φ bezüglich der Basis \mathcal{B} in Urbildraum und der natürlichen Basis im Zielraum?
 - Bestimmen Sie den Kern von φ .
 - Ist φ injektiv (mit Begründung)?

Besprechung: ab 11. Juni 2019 in den Übungen.