Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

SS 2019

Dr. E. Luik
J. Mayenberger

Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 8

Aufgabe 15 (schriftlich)

a) Welche Matrixdarstellung A (bezüglich der natürlichen Basis) hat die lineare Abbildung φ, die den Raum $\mathbb{R}^3$ auf die Ebene $E: 2x - y - 2z = 0$ projiziert? Bestimmen Sie den Rang von dieser Matrix A.

b) Es sei ψ die lineare Abbildung, welche jeden Vektor $\vec{u} \in \mathbb{R} \setminus \vec{0}$ um den Winkel $\frac{\pi}{3}$ entgegen des Uhrzeigersinns dreht. Welche Matrixdarstellung (bezüglich der natürlichen Basis) besitzt diese Abbildung ψ?

c) Durch die Abbildung $\varphi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ wird der $\mathbb{R}^3$ zuerst um die $x-$Achse, dann um die y-Achse und schließlich um die z-Achse jeweils um $\pi/2$ gedreht. Bestimmen Sie die Matrix A von φ bezüglich der natürlichen Basis.

d) Es seien $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & -3 & 1 & 3 \\ -3 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Zeigen Sie, dass $\vec{y}$ ein Eigenvektor von A ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert λ und den Eigenraum $\mathrm{eig}(A, \lambda)$. Geben Sie eine Basis von $\mathrm{eig}(A, \lambda)$ an.

Aufgabe 16 (schriftlich)

a) Gegeben sei die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie von A die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume.

b) Es seien $A = \begin{pmatrix} -5 & -3 & 3 & 3 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ -3 & -3 & 1 & 3 \\ -3 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Zeigen Sie, dass $\vec{y}$ ein Eigenvektor von A ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert λ und den Eigenraum $\mathrm{eig}(A, \lambda)$. Geben Sie eine Basis von $\mathrm{eig}(A, \lambda)$ an.

Besprechung: ab 17. Juni 2019 in den Übungen.