Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

SS 2019

Dr. E. Luik
J. Mayenberger

Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Blatt 9

Aufgabe 17 (schriftlich)

Es seien $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

a) Zeigen Sie, dass $\vec{c}$ ein Eigenvektor von A ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert λ_1. Geben Sie eine Basis von $\mathrm{eig}(A, \lambda_1)$ an.

b) Zeigen Sie, dass $\lambda_2 = 0$ ein weiterer Eigenwert von A ist und bestimmen Sie den zugehörigen Eigenraum.

c) Die reelle 4×4 - Matrix B hat die Eigenwerte $\mu_1 = -2$, $\mu_2 = \frac{1}{10}$, $\mu_3 = 3$ und $\mu_4 = 5$. Beantworten Sie folgende Fragen:

(1) Ist B invertierbar (mit Begründung)? Falls ja, welche Eigenwerte hat B^{-1}?

(2) Welchen Rang hat B?

(3) Geben Sie die algebraische und die geometrische Vielfachheit von μ_1 an.

(4) Ist B diagonalisierbar (mit Begründung)?

Aufgabe 18 (schriftlich)

Es seien

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 6 & 6 & 6 \\ -3 & 2 & 3 & 3 \\ -3 & 3 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Zeigen Sie, dass $\vec{x}$ ein Eigenvektor von A ist. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenwert λ_1. Geben Sie eine Basis von $\mathrm{eig}(A, \lambda_1)$ an.

b) Ist $\lambda_2 = 2$ ein weiterer Eigenwert? Falls ja, so berechnen Sie $\mathrm{eig}(A, \lambda_2)$.

c) Bestimmen Sie eine Diagonalmatrix D und eine invertierbare Matrix T mit $T^{-1} A T = D$.

Besprechung: ab 24. Juni 2019 in den Übungen.