



Mathematik II

für die Studiengänge Chemie, Life Science und Nanoscience

Freiwillige Zusatzaufgaben zu Dgl-Systemen

Lösungen

$$(1) \text{ a) } \lambda_1 = 2, \quad \text{eig}(A, \lambda_1) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\lambda_2 = -2, \quad \text{eig}(A, \lambda_2) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{b) } D = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } \vec{z}(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e^{2t} \\ -e^{2t} + 6e^{-2t} \\ -2e^{2t} + 3e^{-2t} \end{pmatrix}$$

$$(2) \quad \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3e^{-t} - 2e^{-5t} \\ 3e^{-t} + 2e^{-5t} \end{pmatrix}$$

$$(3) \text{ a) } \lambda_1 = 2, \quad \text{eig}(A, \lambda_1) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \lambda_2 = -2, \quad \text{eig}(A, \lambda_2) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{b) } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10e^{2t} + 10e^{-2t} \\ 10e^{2t} + 30e^{-2t} \end{pmatrix}$$

$$(4) \text{ a) } \lambda_1 = 5, \quad \text{eig}(A, \lambda_1) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}, \quad \lambda_2 = -1, \quad \text{eig}(A, \lambda_2) = \text{span} \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\text{b) } D = \begin{pmatrix} 5 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{c) } e^{At} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} e^{5t} + e^{-t} & e^{5t} - e^{-t} \\ e^{5t} - e^{-t} & e^{5t} + e^{-t} \end{pmatrix}$$

$$\text{d) } \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = e^{At} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 3e^{5t} + e^{-t} \\ 3e^{5t} - e^{-t} \end{pmatrix}$$