Universität Konstanz

Fachbereich Mathematik
und Statistik

SS 2019

Dr. E. Luik

Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Kurvenintegralen** und **Bereichsintegralen**

(1) Berechnen Sie die Länge der Kurve $C_1 \;:\; r_1 \;:\; [0,1] \to \mathbb{R}^2 \;,\; r_1(t) = \left(\frac{3}{2}t^2 \;,\; t^3\right)$.

(2) Es sei C die Kurve, welche den Kreis um $(2,0)$ mit Radius 2 entgegen des Uhrzeigersinns durchläuft, beginnend im Punkt $(4,0)$.

a) Geben Sie eine Parametrisierung für diese Kurve an.

b) Bestimmen Sie die Mantelfläche, welche die Funktion $f(x,y) = xy^2$ über der Kurve C einschließt.

(3) Gegeben seien das Vektorfeld

$$F(x,y) \;=\; \begin{pmatrix} f_1(x,y) \\ f_2(x,y) \end{pmatrix} \;=\; \begin{pmatrix} x(2y+2) \\ x^2 - 5y \end{pmatrix}$$

und die Kurve $C = C_1 + C_2$ mit

$$C_1 = \{(\cos(t)+3,\; \sin(t)) \;:\; \pi \le t \le 2\pi\}\,, \qquad C_2 = \{(2\cos(t)+2,\; 2\sin(t)) \;:\; 0 \le t \le \frac{\pi}{2}\}\,.$$

(i) Überprüfen Sie, ob F konservativ ist, und bestimmen Sie gegebenenfalls eine Stammfunktion zu F.

(ii) Skizzieren Sie C und berechnen Sie $\displaystyle\int_C f_1(x,y)\,dx + f_2(x,y)dy$.

(4) Es seien $F(u,v) \;=\; (f_1(x,y), f_2(x,y)) \;=\; \left(u\exp(u^2+v^2),\; v\exp(u^2+v^2)+v\right)$
und C die Kurve mit der Parametrisierung $r \;:\; \left[-\pi,\, \frac{\pi}{2}\right] \;\to\; \mathbb{R}^2,\; r(t) = (\,\cos(t)+1,\, \sin(t)\,)$.

a) Skizzieren Sie die Kurve C.

b) Ist das Vektorfeld F konservativ (mit Begründung)? Falls ja, so bestimmen Sie ein Potential.

c) Berechnen Sie $\displaystyle\int_C u\exp(u^2+v^2)\,du + \left[v\exp(u^2+v^2)+v\right]\,dv$.

(5) Es sei

$$B \;=\; \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; -1 \le x \le 1,\; 0 \le y \le 1-x^2\right\}$$

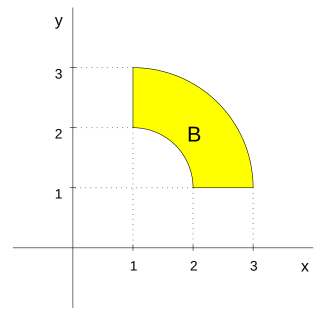
und $f(x,y) = 1 + x^2 + 2y$.

Skizzieren Sie B und berechnen Sie

$$\iint_B f(x,y)\,dxdy \quad .$$

(6) Es sei B der Bereich im rechten Schaubild.

Berechnen Sie $\displaystyle\iint\limits_B \big((x-1)^2 + (y-1)^2\big)\ dxdy$.



(7) Gegeben sei der Bereich $B = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2\ :\ |\,x\,| + |\,y\,| \leq 2 \text{ und } x \geq 0\big\}$.

a) Skizzieren Sie B.

b) Stellen Sie B als Normalbereich vom Typ 1 dar.

c) Berechnen Sie $\displaystyle\iint\limits_B \tfrac{3}{2}\sqrt{x+y+2}\ dxdy$.