

## Mathematik II

für die Studiengänge **Chemie, Life Science und Nanoscience**

Freiwillige Zusatzaufgaben zu **Kurvenintegralen** und **Bereichsintegralen**

### Lösungen

(1)  $l(C_1) = 2\sqrt{2} - 1$

(2) a)  $C : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, r(t) = (2 \cos(t) + 2, 2 \sin(t))$

b)  $M = 16\pi$

(3) a) Es gilt

$$\frac{\partial f_1(x, y)}{\partial y} = 2x = \frac{\partial f_2(x, y)}{\partial x}.$$

Somit ist  $F$  konservativ. Ein Potential ist

$$H(x, y) = x^2 + x^2y - \frac{5y^2}{2}.$$

b)  $\int_C f_1(x, y) dx + f_2(x, y) dy = H(B) - H(A) = -2$

(4) b) Es gilt

$$\frac{\partial f_1(u, v)}{\partial v} = 2uv \exp(u^2 + v^2) = \frac{\partial f_2(u, v)}{\partial u}.$$

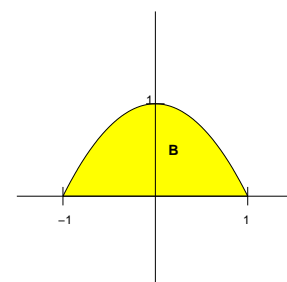
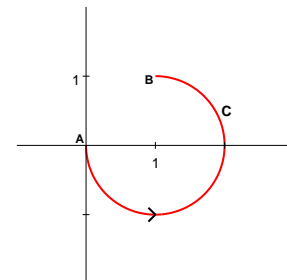
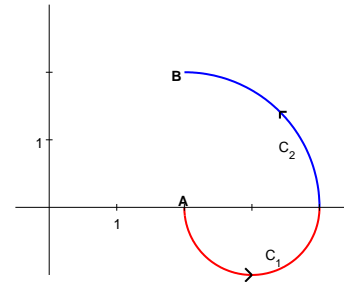
Somit ist  $F$  konservativ. Ein Potential ist

$$H(u, v) = \frac{1}{2} \exp(u^2 + v^2) + \frac{1}{2} v^2.$$

c)  $\int_C u \exp(u^2 + v^2) du + [v \exp(u^2 + v^2) + v] dv = \frac{\exp(2)}{2}$

(5)

$$\iint_B (1 + x^2 + 2y) dx dy = \frac{8}{3}.$$



$$(6) \quad \iint_B ((x-1)^2 + (y-1)^2) \, dx dy = \frac{15\pi}{16} .$$

(7)

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, x - 2 \leq y \leq 2 - x\}$$

$$\iint_B \frac{3}{2} \sqrt{x+y+2} \, dx dy = \frac{48}{5}$$

