



Übungen zu Numerik I

Blatt 1

Aufgabe 1: (10 Punkte)

a) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 3 & 7 & 0 & -4 \\ 4 & 8 & 0 & -4 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix}.$$

(i) Bestimmen Sie die LR-Zerlegung von A .

(ii) Lösen Sie mit Hilfe dieser LR-Zerlegung das lineare Gleichungssystem $Ax = b$.

b) Berechnen Sie die Cholesky-Zerlegung von

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 0 & 9 & -3 \\ 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}.$$

c) Bestimmen Sie die Anzahl der Punkt- und Strichoperationen (jeweils getrennt) bei der LR-Zerlegung (Verfahren von Crout) einer $n \times n$ -Matrix (ohne Berücksichtigung von Zeilenvertauschungen).

Aufgabe 2: (Programmieraufgabe)

a) Erstellen Sie je eine Matlab-Funktion zur Lösung eines gestaffelten linearen Gleichungssystems mit einer unteren bzw. oberen Dreiecksmatrix.

b) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion `function [L,fehler] = cholesky(A)`, die die Cholesky-Zerlegung einer positiv definiten Matrix A berechnet. Dabei soll auch eine nicht positiv definite Matrix erkannt werden; in diesem Fall setze man `fehler = 1`. Ansonsten wird `fehler = 0` gesetzt und in L die berechnete untere Dreiecksmatrix gespeichert.

c) Schreiben Sie ein Matlab-Programm, welches mit Hilfe der Cholesky-Zerlegung das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ löst. (dabei sind die in a) und b) erstellten Matlab-Funktionen zu verwenden). Ausgegeben werden sollen A , b , die Matrix L der Cholesky-Zerlegung und der Lösungsvektor x .

d) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \cdots & \frac{1}{n} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \cdots & \frac{1}{n+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{n} & \frac{1}{n+1} & \frac{1}{n+2} & \cdots & \frac{1}{2n-1} \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad b = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \\ \sum_{i=1}^n \frac{1}{i+1} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n \frac{1}{i+n-1} \end{pmatrix}.$$

Die Koeffizientenmatrix A ist positiv definit. Wie lautet die exakte Lösung?

Testen Sie Ihr Programm mit diesem Gleichungssystem für $n = 5$, $n = 10$ und $n = 15$ und berechnen Sie für die erhaltene Näherungslösung y den Fehler $Ay - b$.

Was fällt Ihnen dabei auf?

Abgabe: Aufgabe 1: 30. Okt. 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,
Aufgabe 2: 30. Okt. 2018, 13.30 Uhr per Email an Ihren Tutor.

Richtlinien zu den Programmen

- Bei der Anweisung: „Schreiben Sie eine Matlab-Funktion ...“, müssen Sie eine Matlab `function` schreiben.
- Bei der Anweisung: „Schreiben Sie eine Matlab-Programm ...“, ist keine Matlab `function` zu schreiben, sondern ein ausführbares Programm. Dieses Programm soll unter Verwendung der vorher von Ihnen programmierten `function` geschrieben sein.
- Bitte senden Sie Ihre Programme rechtzeitig an Ihren Tutor. Bitte schicken Sie entweder die ganze Aufgabe als `.zip`-file oder schicken Sie alle `.m`-files in einer E-Mail.
- Jeder muss das abgegebene Programm in der darauffolgenden Übungsstunde seinem Tutor am Computer vorführen.
- E-Mail-Adressen der Tutoren:

Gruppe 1	Mi 11.45-13.15	Johannes Mayenberger	Johannes.Mayenberger@uni-konstanz.de
Gruppe 2	Mi 13.30-15.00	Jeremy Näscher	Jeremy.Naescher@uni-konstanz.de
Gruppe 3	Do 8.15-9.45	Anna Henne	Anna.Henne@uni-konstanz.de
Gruppe 4	Do 10.00-11.30	Patrick Spitz	Patrick.Spitz@uni-konstanz.de
Gruppe 5	Do 11.45-13.15	Nicolai Locher	Nicolai.Locher@uni-konstanz.de
Gruppe 6	Fr 8.15-9.45	Felix Beck	Felix.2.Beck@uni-konstanz.de