

Übungen zu **Numerik I****Blatt 2**

Aufgabe 3: (schriftlich, 10 Punkte)

a) Bestimmen Sie alle Householder-Matrizen der Form

$$H = \begin{pmatrix} 1 & * & * & * \\ * & * & -1 & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & 1 \end{pmatrix}.$$

b) Es sei H eine Householder-Matrix und λ ein Eigenwert von H . Zeigen Sie:
 $\lambda \in \{-1, 1\}$.

c) Lösen Sie das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 6x_2 + 6x_3 + 12x_4 &= 6 \\ -2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= -4 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_4 &= 8 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 7x_4 &= 8 \end{aligned}$$

durch Gauß-Elimination mit **betragsmaximaler Spaltenpivotwahl**.

Aufgabe 4: (Programmieraufgabe)

a) Gegeben sei $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Erstellen Sie eine Matlab-Funktion zur Berechnung der QR-Zerlegung mittels Householder-Matrizen.

b) Erstellen Sie eine Matlab-Programm, welches das lineare Gleichungssystem $Ax = b$ mit Hilfe der QR-Zerlegung löst. Geben Sie A , Q , R , b und den Lösungsvektor x aus. Für das Rückwärtsauflösen benutzen Sie bitte die Funktion aus Aufgabe 2a).

c) Testen Sie das Programm für

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 9 & 16 \\ 1 & 8 & 27 & 64 \\ 1 & 16 & 81 & 256 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -15 \\ -107 \end{pmatrix},$$

sowie für das lineare Gleichungssystem aus Aufgabe 3c).

Abgabe: Aufgabe 3: 6. November 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,
Aufgabe 4: 6. November 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.