

Übungen zu **Numerik I****Blatt 3**

**Aufgabe 5:** (schriftlich, 10 Punkte)

a) Welche Funktion  $p(x) = a+bx^2$  geht möglichst gut durch die Punkte  $(-1, 3)$ ,  $(1, 4)$ ,  $(2, 8)$ ?

b) Es seien  $t_i \in \mathbb{R}$  ( $i = 1, \dots, m$ ) paarweise verschieden,  $m > n$  und

$$A := \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \cdots & t_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & t_m & t_m^2 & \cdots & t_m^{n-1} \end{pmatrix} .$$

Zeigen Sie: die Spalten von  $A$  sind linear unabhängig.

c) Gegeben sei das Optimierungsproblem:

Maximiere  $12x + 20y$  unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} 4x + 5y &\leq 20 \\ 6x + 12y &\leq 36 \\ 2x + y &\leq 7 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Skizzieren Sie den zulässigen Bereich, und lösen Sie dieses Problem graphisch.

**Aufgabe 6:** (Programmieraufgabe)

1. Es sei  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  ( $m > n$ ) mit  $\text{rang}(A) = n$ . Erstellen Sie eine Matlab-Funktion, welche eine orthogonale Matrix  $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$  und eine obere Dreiecksmatrix  $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$  mit  $QA = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}$  berechnet (QR-Zerlegung).

2. In der Datei `messwerte` befinden sich Messpaare  $(t_i, x_i)$  eines radioaktiven Zerfalls-Experimentes (in jeder Zeile steht genau ein Messpaar). Dabei ist  $x_i$  die Konzentration der Substanz zum Zeitpunkt  $t_i$ . Es wird die Theoriefunktion  $x(t) = \alpha \exp(\lambda t)$  unterstellt.

Erstellen Sie ein Matlab-Programm, welches folgendes leistet:

- Einlesen der Messpaare aus der Datei, sowie Zeichnen dieser Paare in ein Schaubild.
- Berechnung der optimalen Parameter  $\alpha$  und  $\lambda$  durch linearen Ausgleich. Hierbei verwende man die QR-Zerlegung aus 1. sowie das Verfahren zum Rückwärtsauflösen von Aufgabe 2.
- Zeichnen der optimalen Theoriefunktion in das Schaubild aus Aufgabenteil (a).

**Abgabe:** Aufgabe 5: 13. November 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,

Aufgabe 6: 13. November 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.