

Übungen zu **Numerik I****Blatt 3**

Aufgabe 5: (schriftlich, 10 Punkte)

a) Welche Funktion $p(x) = a+bx^2$ geht möglichst gut durch die Punkte $(-1, 3)$, $(1, 4)$, $(2, 8)$?

b) Es seien $t_i \in \mathbb{R}$ ($i = 1, \dots, m$) paarweise verschieden, $m > n$ und

$$A := \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 & \cdots & t_1^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & t_m & t_m^2 & \cdots & t_m^{n-1} \end{pmatrix} .$$

Zeigen Sie: die Spalten von A sind linear unabhängig.

c) Gegeben sei das Optimierungsproblem:

Maximiere $12x + 20y$ unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} 4x + 5y &\leq 20 \\ 6x + 12y &\leq 36 \\ 2x + y &\leq 7 \\ x, y &\geq 0 \end{aligned}$$

Skizzieren Sie den zulässigen Bereich, und lösen Sie dieses Problem graphisch.

Aufgabe 6: (Programmieraufgabe)

1. Es sei $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ ($m > n$) mit $\text{rang}(A) = n$. Erstellen Sie eine Matlab-Funktion, welche eine orthogonale Matrix $Q \in \mathbb{R}^{m \times m}$ und eine obere Dreiecksmatrix $R \in \mathbb{R}^{n \times n}$ mit $QA = \begin{pmatrix} R \\ 0 \end{pmatrix}$ berechnet (QR-Zerlegung).

2. In der Datei `messwerte` befinden sich Messpaare (t_i, x_i) eines radioaktiven Zerfalls-Experimentes (in jeder Zeile steht genau ein Messpaar). Dabei ist x_i die Konzentration der Substanz zum Zeitpunkt t_i . Es wird die Theoriefunktion $x(t) = \alpha \exp(\lambda t)$ unterstellt.

Erstellen Sie ein Matlab-Programm, welches folgendes leistet:

- Einlesen der Messpaare aus der Datei, sowie Zeichnen dieser Paare in ein Schaubild.
- Berechnung der optimalen Parameter α und λ durch linearen Ausgleich. Hierbei verwende man die QR-Zerlegung aus 1. sowie das Verfahren zum Rückwärtsauflösen von Aufgabe 2.
- Zeichnen der optimalen Theoriefunktion in das Schaubild aus Aufgabenteil (a).

Abgabe: Aufgabe 5: 13. November 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,

Aufgabe 6: 13. November 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.