



Übungen zu Numerik I

Blatt 4

Aufgabe 7: (schriftlich, 10 Punkte)

a) Es seien $y^{(1)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $y^{(2)} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$, $y^{(3)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $y^{(4)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Liegt $z = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ in der konvexen Hülle von $y^{(1)}, y^{(2)}, y^{(3)}, y^{(4)}$? Falls ja, so geben Sie z als Konvexkombination an.

b) Gegeben sei das folgende lineare Optimierungsproblem:

Maximieren Sie $6x_1 + 4x_2 + 3x_3$ unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned} 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\leq 12 \\ -2x_1 - 4x_2 - 2x_3 &\geq -15 \\ 4x_1 + 4x_2 + 3x_3 &\leq 16 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

(1) Gehört der Punkt $x = (\frac{1}{2}, 3, 1)$ zum zulässigen Bereich (mit Begründung)?

(2) Lösen Sie diese Optimierungsaufgabe.

c) Der Produktionsleiter ersucht Sie, für die kommende Planungsperiode das „gewinnmaximale“ Produktionsprogramm zu erstellen. Hierzu liegen folgende Daten vor:

Produktart	A	B	C
Absatzpreis	90	42	56
Stückkosten	70	32	40

Sämtliche Produkte durchlaufen die drei Fertigungsstufen F I, F II und F III. F I weist eine Periodenkapazität von 17000 Stunden aus, während bei F II und F III jeweils nur 15000 Stunden zur Verfügung stehen.

Die Herstellung eines Stückes von Produktart A beansprucht F I mit 7 Stunden, F II mit 6 Stunden und F III mit 8 Stunden.

Die Erzeugung eines Stückes der Produktart B belastet F I mit 5 Stunden, F II mit 3 Stunden und F III mit 2 Stunden.

Die Produktion eines Stückes von Produktart C beansprucht F I mit 5 Stunden, F II mit 6 Stunden und F III mit 4 Stunden.

Formulieren Sie das Problem als lineares Optimierungsproblem in Normalform 1.

Aufgabe 8: (Programmieraufgabe)

Gegeben sei das lineare Optimierungsproblem

$$\max q^\top x$$

unter den Nebenbedingungen

$$Px \leq b$$

$$x \geq 0$$

(mit $P \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $q \in \mathbb{R}^n$, $b \in \mathbb{R}^m$ und $b \geq 0$)

- a) Erstellen Sie eine Matlab-Funktion `gaussjordan(A, r, s)`, welche an der Matrix A einen Gauß-Jordan-Schritt mit dem Pivot-Element a_{rs} durchführt.
- b) Erstellen Sie eine Matlab-Funktion `[x, g, error] = simplex(P, b, q)`, die zu gegebenem P, b und q den Simplex-Algorithmus durchführt. Verwenden Sie hier auch die Funktion aus Aufgabe 8a). Sie können davon ausgehen, dass das Problem in Normalform 1 vorliegt. Rückgaben sind die optimale Lösung x , sowie das Maximum g der Zielfunktion. Existiert keine Lösung, so soll die Funktion mit einer Fehlermeldung abbrechen und `error` auf den Wert 1 gesetzt werden. Andernfalls soll `error` den Wert 0 haben.
- c) Testen Sie Ihr Programm mit den linearen Optimierungsproblemen aus Aufgabe 7b) und 7c) sowie dem Optimierungsproblem:
Maximiere $2x + 5y$ unter den Nebenbedingungen:

$$-3x + y \leq 3$$

$$x + y \geq -1$$

$$-2x + y \geq -4$$

Abgabe: Aufgabe 7: 20. Nov. 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,
Aufgabe 8: 20. Nov. 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.