



## Übungen zu Numerik I

## Blatt 5

**Aufgabe 9:** (schriftlich, 10 Punkte)

a) Lösen Sie folgendes Optimierungsproblem:

Maximiere  $3x_1 + 2x_2 + x_3$  unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}4x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\leq 12 \\-2x_1 - 4x_2 - 2x_3 &\geq -15 \\x_1 + x_2 + x_3 &\geq 2 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

b) Es bezeichne  $T_n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) die Tschebyscheff-Polynome. Zeigen Sie:

$$\int_{-1}^1 T_m(t)T_n(t) \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt = \begin{cases} \pi & \text{für } m = n = 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } m = n \neq 0 \\ 0 & \text{für } m \neq n \end{cases}$$

c) Gegeben seien  $(t_i, u_i, v_i) \in \mathbb{R}^3$ ,  $i = 0, \dots, m$ ; die  $t_i$  seien paarweise verschieden.

Zeigen Sie: Es gibt höchstens ein Polynom  $p$  vom Grad  $\leq 2m + 1$  mit

$$\begin{aligned}p(t_i) &= u_i \quad (i = 0, 1, \dots, m), \\p'(t_i) &= v_i \quad (i = 0, 1, \dots, m).\end{aligned}$$

**Aufgabe 10:** (Programmieraufgabe)

a) Gegeben seien die Stützpaare  $(t_i, s_i) \in \mathbb{R}^2$  ( $i = 0, \dots, m$  und  $t_0, \dots, t_m$  paarweise verschieden), sowie  $\xi \in \mathbb{R}$ .  $p_m(t)$  bezeichne das Interpolationspolynom bezüglich dieser Stützpaare. Erstellen Sie eine Matlab-Funktion zur Berechnung von  $p_m(\xi)$  mit Hilfe des Neville-Schemas.

b) Es sei nun  $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = |x|$ . Weiter seien folgende Stützstellen gegeben:

$$\begin{aligned}t_i^{(1)} &= -1 + \frac{2i}{m}, \quad i = 0, \dots, m \\t_i^{(2)} &= \cos\left(\frac{i}{m}\pi\right), \quad i = 0, \dots, m \\t_i^{(3)} &= \cos\left(\frac{2i+1}{2(m+1)}\pi\right), \quad i = 0, \dots, m\end{aligned}$$

Erstellen Sie ein Matlab-Programm, welches  $f(x)$  und die Interpolationspolynome zu  $f(x)$  bezüglich der obigen Stützstellen in ein Schaubild zeichnet (dabei ist die Matlab-Funktion aus a) zu verwenden).

Testen Sie dieses Programm für  $m = 4$  und  $m = 10$ .

**Abgabe:** Aufgabe 9: 27. Nov. 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,  
Aufgabe 10: 27. Nov. 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.