



Übungen zu Numerik I

Blatt 5

Aufgabe 9: (schriftlich, 10 Punkte)

a) Lösen Sie folgendes Optimierungsproblem:

Maximiere $3x_1 + 2x_2 + x_3$ unter den Nebenbedingungen

$$\begin{aligned}4x_1 + 2x_2 + 4x_3 &\leq 12 \\-2x_1 - 4x_2 - 2x_3 &\geq -15 \\x_1 + x_2 + x_3 &\geq 2 \\x_1, x_2, x_3 &\geq 0\end{aligned}$$

b) Es bezeichne T_n ($n \in \mathbb{N}$) die Tschebyscheff-Polynome. Zeigen Sie:

$$\int_{-1}^1 T_m(t)T_n(t) \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} dt = \begin{cases} \pi & \text{für } m = n = 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } m = n \neq 0 \\ 0 & \text{für } m \neq n \end{cases}$$

c) Gegeben seien $(t_i, u_i, v_i) \in \mathbb{R}^3$, $i = 0, \dots, m$; die t_i seien paarweise verschieden.

Zeigen Sie: Es gibt höchstens ein Polynom p vom Grad $\leq 2m + 1$ mit

$$\begin{aligned}p(t_i) &= u_i \quad (i = 0, 1, \dots, m), \\p'(t_i) &= v_i \quad (i = 0, 1, \dots, m).\end{aligned}$$

Aufgabe 10: (Programmieraufgabe)

a) Gegeben seien die Stützpaare $(t_i, s_i) \in \mathbb{R}^2$ ($i = 0, \dots, m$ und t_0, \dots, t_m paarweise verschieden), sowie $\xi \in \mathbb{R}$. $p_m(t)$ bezeichne das Interpolationspolynom bezüglich dieser Stützpaare. Erstellen Sie eine Matlab-Funktion zur Berechnung von $p_m(\xi)$ mit Hilfe des Neville-Schemas.

b) Es sei nun $f : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = |x|$. Weiter seien folgende Stützstellen gegeben:

$$\begin{aligned}t_i^{(1)} &= -1 + \frac{2i}{m}, \quad i = 0, \dots, m \\t_i^{(2)} &= \cos\left(\frac{i}{m}\pi\right), \quad i = 0, \dots, m \\t_i^{(3)} &= \cos\left(\frac{2i+1}{2(m+1)}\pi\right), \quad i = 0, \dots, m\end{aligned}$$

Erstellen Sie ein Matlab-Programm, welches $f(x)$ und die Interpolationspolynome zu $f(x)$ bezüglich der obigen Stützstellen in ein Schaubild zeichnet (dabei ist die Matlab-Funktion aus a) zu verwenden).

Testen Sie dieses Programm für $m = 4$ und $m = 10$.

Abgabe: Aufgabe 9: 27. Nov. 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,
Aufgabe 10: 27. Nov. 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.