



Übungen zu Numerik I

Blatt 6

Aufgabe 11: (schriftlich, 10 Punkte)

a) Gegeben sei $f \in C^{m+1}[a, b]$. Zeigen Sie: Es gibt Stützstellen $x_i \in [a, b]$, $i = 0, 1, \dots, m$, so dass für das zu den Paaren $(x_i, f(x_i))$ gebildete Interpolationspolynom p gilt:

$$\|f - p\|_{[a,b]} \leq \frac{(b-a)^{m+1} \|f^{(m+1)}\|_{[a,b]}}{2^{2m+1}(m+1)!}.$$

b) Gibt es eine Funktion $R(t) = \frac{a_0+t}{b_0+b_1t}$ ($a_0, b_0, b_1 \in \mathbb{R}$) mit der Eigenschaft

$$R(-1) = \frac{1}{3}, \quad R(0) = 1, \quad R(1) = \frac{1}{3}$$

(mit Begründung)? Falls ja, so bestimmen Sie $R(t)$.

c) Bestimmen Sie den natürlichen kubischen Spline zu den Stützpaaren $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(2, 3)$.

Aufgabe 12: (Programmieraufgabe)

Schreiben Sie ein Matlab-Programm zur Ermittlung einer Nullstelle einer Funktion $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, und zwar mit Hilfe

- (1) des Newton-Verfahrens (bei vorgegebenem Startwert x_0)
- (2) des Sekantenverfahrens (bei vorgegebenen Startwerten x_0 und x_1)
- (3) des Bisektionsverfahrens (bei vorgegebenen Startwerten x_0 und x_1).

Die Iteration soll abgebrochen werden, wenn bei vorgegebenem $\varepsilon > 0$ und $N \in \mathbb{N}$ gilt:

$$|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon \quad \text{und} \quad |f(x_i)| < \varepsilon \quad \text{oder} \quad i \geq N.$$

Auszugeben (in eine Datei) sind x_i , $|f(x_i)|$, $|x_i - x_{i-1}|$ für $i = 1, 2, \dots$

Testen Sie das Programm für

$$f(x) := e^x - x - 4, \quad \varepsilon = 10^{-8}, \quad N = 100, \quad x_0 = 1, \quad x_1 = 5,$$

Abgabe: Aufgabe 11: 4. Dez. 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,
Aufgabe 12: 4. Dez. 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.