



## Übungen zu Numerik I

## Blatt 6

**Aufgabe 11:** (schriftlich, 10 Punkte)

a) Gegeben sei  $f \in C^{m+1}[a, b]$ . Zeigen Sie: Es gibt Stützstellen  $x_i \in [a, b]$ ,  $i = 0, 1, \dots, m$ , so dass für das zu den Paaren  $(x_i, f(x_i))$  gebildete Interpolationspolynom  $p$  gilt:

$$\|f - p\|_{[a,b]} \leq \frac{(b-a)^{m+1} \|f^{(m+1)}\|_{[a,b]}}{2^{2m+1}(m+1)!}.$$

b) Gibt es eine Funktion  $R(t) = \frac{a_0+t}{b_0+b_1t}$  ( $a_0, b_0, b_1 \in \mathbb{R}$ ) mit der Eigenschaft

$$R(-1) = \frac{1}{3}, \quad R(0) = 1, \quad R(1) = \frac{1}{3}$$

(mit Begründung)? Falls ja, so bestimmen Sie  $R(t)$ .

c) Bestimmen Sie den natürlichen kubischen Spline zu den Stützpaaren  $(0, 1)$ ,  $(1, 0)$ ,  $(2, 3)$ .

**Aufgabe 12:** (Programmieraufgabe)

Schreiben Sie ein Matlab-Programm zur Ermittlung einer Nullstelle einer Funktion  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ , und zwar mit Hilfe

- (1) des Newton-Verfahrens (bei vorgegebenem Startwert  $x_0$ )
- (2) des Sekantenverfahrens (bei vorgegebenen Startwerten  $x_0$  und  $x_1$ )
- (3) des Bisektionsverfahrens (bei vorgegebenen Startwerten  $x_0$  und  $x_1$ ).

Die Iteration soll abgebrochen werden, wenn bei vorgegebenem  $\varepsilon > 0$  und  $N \in \mathbb{N}$  gilt:

$$|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon \quad \text{und} \quad |f(x_i)| < \varepsilon \quad \text{oder} \quad i \geq N.$$

Auszugeben (in eine Datei) sind  $x_i$ ,  $|f(x_i)|$ ,  $|x_i - x_{i-1}|$  für  $i = 1, 2, \dots$

Testen Sie das Programm für

$$f(x) := e^x - x - 4, \quad \varepsilon = 10^{-8}, \quad N = 100, \quad x_0 = 1, \quad x_1 = 5,$$

**Abgabe:** Aufgabe 11: 4. Dez. 2018, 15.00 Uhr in der Vorlesung,  
Aufgabe 12: 4. Dez. 2018, 13.30 Uhr per E-Mail an Ihren Tutor.